

複鉄筋矩形 RC 断面に対する許容応力度照査時の M-N 関係図の作成

日中構造研究所 松原勝己

1. はじめに

土木分野において、RC 断面の終局時における M-N 関係図が比較的良好に利用される。縦軸に軸力 N を、横軸に曲げモーメント M とし、M-N 曲線上の断面力 (M, N) に達したとき RC 断面の終局時を表すものである。一般に終局時の M-N 関係は、ある軸力値に対して終局曲げモーメントがピーク値を有し、そのピーク値以下では軸力が大きくなるとともに終局曲げモーメントが増大し、一方そのピーク値以上では軸力が大きくなるとともに終局曲げモーメントが減少する傾向を示す、オニギリ型の閉曲線で表される。このとき、曲げモーメントおよび軸力の設計断面力の組み合わせ (M_d, N_d) が、M-N 曲線の内部にあるとき、終局に対する安全性が確保できると判断される。

許容応力度照査においては、M-N 曲線は余り利用されず設計断面力から発生応力を求め許容応力度と比較することで安全性を確認することが多いが、建築 RC 規準（「鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説 2018 改定 日本建築学会」）においては許容時における M-N 関係図が、長期および短期設計時に対して提示されている。

以下では、複鉄筋矩形 RC 断面に対し、許容応力度照査における M-N 関係算出のエクセルを作成したので、その入出力方法や計算例について説明を行う。M-N 関係図は、以前に提示した「エクセル表計算による複鉄筋矩形 RC 断面の曲げ応力度算出」をソルバーとして利用し、軸力値の変化による繰返し計算にはエクセルマクロを併用することにより、作成を行った。

なお、掲載したエクセルは自由に使用していただいて結構ですが、結果の妥当性判断については使用者に委ねることとします。また、ソースコードについても公開しています。

2. 入出力データ

(1) シート「入力および MN 関係」

データの入力および N-M 関係の出力を行うワークシートである。

入力データは、以下となる。

- ・ ケース

ケース番号を 1 から順に入力する。ケース番号が空欄になったとき、データ入力終了と判断し、計算をストップさせる。

- ・ 全高 $h(\text{cm})$

RC 断面の部材高を cm 単位で入力する。

- ・ 幅 $b(\text{cm})$

RC 断面の部材幅を cm 単位で入力する。

- ・ 被り $c_v(\text{cm})$

鉄筋の被り（コンクリート表面から鉄筋中心までの距離）を cm 単位で入力する。ここで、対称配筋を仮定しており、引張鉄筋と圧縮鉄筋の被りの大きさは同一とする。

- ・ 引張鉄筋比 p_t (小数)

引張鉄筋比を小数で入力する。ここに、 $p_t=As_1/(bh)$ (As_1 : 引張鉄筋量、 b : 部材幅、 h : 部材高) で定義している（有効高に対する定義ではないので注意）。また、対称配筋を仮定しており、圧縮鉄筋比は引張鉄筋比と同一である。

- ・ コン許容 $\sigma_{ca}(\text{N/mm}^2)$

コンクリート許容応力度を N/mm^2 単位で入力する。

- ・ 鉄筋許容 $\sigma_{sa}(\text{N/mm}^2)$

鉄筋許容応力度を N/mm^2 単位で入力する。

- ・ $N(\text{kN})$

許容時曲げモーメントを計算する軸力値を、 kN 単位で入力する。

出力は、以下の通りである。

- ・ $M(\text{kNm})$

入力した軸力値に対応する許容曲げモーメントを、 kNm 単位で出力する。

(2)シート「発生応力」および「中立軸および応力計算」

既往のエクセルシート「エクセル表計算による複鉄筋矩形 RC 断面の曲げ応力度算出」で提示したワークシートと同一である。

本エクセルマクロにおいて、断面諸元および断面力からコンクリートおよび鉄筋の曲げ応力度を算出するソルバーとして利用した。詳細は、「エクセル表計算による複鉄筋矩形 RC 断面の曲げ応力度算出」を参照されたい。

(3)シート「収束状況」

$M-N$ 関係を求めるには、軸力 N を固定し発生応力が許容応力度に等しくなる曲げモーメント M を繰り返し計算により算出している。この繰り返し計算時の収束状況を出力するワークシートである。

ケース番号、軸力値、およびモード（鉄筋許容応力あるいはコンクリート許容応力のいずれかで決定されるか）に応じて、収束に至った繰り返し計算回数と曲げモーメント値の収束過程を出力する。

なお、マクロ内において、 $\text{iflag1}=1$ とすることで上記データが出力される（現在、 $\text{iflag1}=1$ ）。

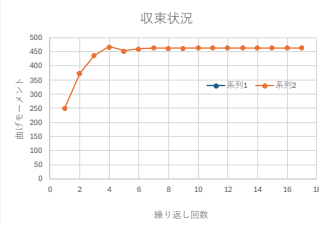
表 2-1 と 2 に、ワークシート「入力および MN 関係」と「収束状況」の例（一部）を示す。

表 2-1 シート「入力およびMN 関係」の例 (一部)

ケース	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
全高h (cm)	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
幅b (cm)	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
被りcv (cm)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
引張鉄筋比pt (小数)	0.0001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
コン許容σca (N/mm2)	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
鉄筋許容σsa (N/mm2)	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345
最大曲げモーメントmmax (kNm)	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
N(kN)	以下									
M(kNm)										
-1000	-99999.0	-99999.0	152.0	433.4	720.1	1000.8	1278.1	1552.9	1826.2	2098.4
-800	-99999.0	-99999.0	232.0	520.6	803.6	1082.0	1357.4	1631.0	1903.3	2174.7
-600	-99999.0	36.0	319.3	605.7	885.6	1161.8	1435.8	1708.2	1979.7	2250.4
-400	-99999.0	116.0	406.6	688.7	966.0	1240.5	1513.2	1784.7	2055.3	2325.5
-200	-99999.0	205.6	491.2	770.0	1045.2	1318.1	1589.7	1860.3	2130.3	2399.9
0	30.6	292.7	573.6	849.7	1123.1	1394.7	1665.4	1935.2	2204.7	2473.8
200	121.2	376.6	654.0	927.9	1199.8	1470.4	1740.2	2009.5	2278.4	2547.2
400	206.9	458.0	732.7	1004.9	1275.6	1545.2	1814.3	2083.0	2351.5	2620.0
600	289.4	537.4	810.0	1080.7	1350.3	1619.2	1887.7	2156.0	2424.1	2692.3
800	369.4	615.1	885.9	1155.4	1424.2	1692.4	1960.4	2228.3	2496.2	2764.2
1000	447.3	691.2	960.7	1229.2	1497.2	1764.9	2032.5	2300.1	2567.8	2835.6
1200	523.5	766.0	1034.3	1302.0	1569.4	1836.7	2104.0	2371.3	2638.8	2906.5
1400	598.2	839.5	1106.9	1374.0	1640.9	1907.8	2174.8	2442.0	2709.4	2977.0
1600	671.5	911.9	1178.6	1445.1	1711.7	1978.3	2245.2	2512.2	2776.7	2963.2
1800	743.6	983.2	1249.3	1515.5	1781.8	2048.2	2315.0	2566.0	2754.7	2938.8
2000	814.5	1053.6	1319.3	1585.1	1851.2	2117.6	2356.6	2547.8	2733.6	2915.1
2200	884.4	1123.1	1388.5	1654.1	1920.1	2149.0	2342.9	2530.5	2713.3	2892.3
2400	953.3	1191.7	1456.9	1722.5	1943.7	2140.7	2330.2	2514.1	2693.8	2870.1
2600	1021.4	1259.6	1524.7	1741.7	1941.9	2133.3	2318.3	2498.6	2675.1	2848.6

表 2-2 シート「収束状況」の例 (一部)

ケース	軸力	モード	繰返し回数	以下、曲げモーメント
1	-1000	鉄筋	0	
1	-1000	コン	17	250
1	-800	鉄筋	0	
1	-800	コン	17	250
1	-600	鉄筋	0	
1	-600	コン	17	250
1	-400	鉄筋	0	
1	-400	コン	18	250
1	-200	鉄筋	0	
1	-200	コン	18	250
1	0	鉄筋	21	250
1	0	コン	18	250
1	200	鉄筋	19	250
1	200	コン	18	250
1	400	鉄筋	18	250
1	400	コン	17	250
1	600	鉄筋	18	250
1	600	コン	17	250
1	800	鉄筋	18	250
1	800	コン	17	750
1	1000	鉄筋	17	250
1	1000	コン	17	750
1	1200	鉄筋	17	750
1	1200	コン	17	750
1	1400	鉄筋	17	750
1	1400	コン	17	750
1	1600	鉄筋	17	750
1	1600	コン	17	750
1	1800	鉄筋	17	750
1	1800	コン	16	750
1	2000	鉄筋	16	750
1	2000	コン	16	750
1	2200	鉄筋	16	750
1	2200	コン	16	750
1	2400	鉄筋	16	750
1	2400	コン	16	750
1	2600	鉄筋	16	1250
1	2600	コン	16	1250
1	2800	鉄筋	16	1250
1	2800	コン	16	1250
1	3000	鉄筋	16	1250
1	3000	コン	16	1250
1	3200	鉄筋	16	1250
1	3200	コン	16	1250
1	3400	鉄筋	16	1250
1	3400	コン	16	1250
1	3600	鉄筋	16	1250
1	3600	コン	16	1250



収束状況

3. 許容時 M-N 関係の算出手順

許容時 M-N 関係の算出は、以下の手順によった。

- (1) 入力パラメータとして、部材高 $h(\text{cm})$ 、部材幅 $b(\text{cm})$ 、鉄筋被り $cv(\text{cm})$ 、引張鉄筋比 $pt(\text{小数})$ 、コンクリート許容応力度 $\sigma_{ca}(\text{N/mm}^2)$ 、鉄筋許容応力度 σ_{sa} 、M-N 関係を求める最大の曲げモーメント $m_{\text{max}}(\text{kNm})$ 、および軸力値 $N(\text{kN})$ を設定する。
ここに、対称配筋を仮定し、引張鉄筋と圧縮鉄筋の被りは同一、圧縮鉄筋比と引張鉄筋比は同一とする。
- (2) 上記入力パラメータにより RC 断面の発生応力（コンクリート圧縮縁応力および引張鉄筋応力）を求めるには、「エクセル表計算による複鉄筋矩形 RC 断面の曲げ応力度算出」のエクセルシートを利用する。
- (3) 上記エクセルのワークシート「発生応力」に、部材高 h 、部材幅 b 、コンクリート許容応力度 σ_{ca} 、鉄筋許容応力度 σ_{sa} 、引張鉄筋被り cv 、引張鉄筋量 $As1 (=pt \cdot bh)$ 、圧縮鉄筋被り cv 、圧縮鉄筋量 $As2 (=As1)$ を入力する。
- (4) ワークシート「発生応力」に軸力値 $N (\text{kN})$ を入力する。
- (5) ワークシート「発生応力」に曲げモーメント値 $M (\text{kN})$ を入力し、引張鉄筋の発生応力を求める。
具体的には、最大曲げモーメント m_{max} と最小曲げモーメント 0kNm の区間を 10 等分した 11 個の曲げモーメントに対して引張鉄筋の発生応力 σ_s を求める。11 個の発生応力について照査値 σ_s/σ_{sa} が 1.0 を超える箇所とその 1 つ前の箇所の間に鉄筋許容応力度に達する曲げモーメントがあると判断する。さらに、その 2 箇所の曲げモーメント値 ($M1$ 、 $M2$) を初期値とし、2 分法による繰返し計算により鉄筋許容応力度に達する曲げモーメント M_s を算出する。2 分法では、 $M3=(M1+M2)/2$ に対して再度鉄筋発生応力を計算し、照査値が 1.0 となる曲げモーメントを探索する（許容誤差 $\varepsilon=0.00001$ 、 $ABS(M3-M1)/M3<\varepsilon$ ）。
- (6) (5)と同様の探索を、コンクリート圧縮縁応力についても実施し、コンクリート許容応力度に達する曲げモーメント M_c を算出する。
- (7) M_s と M_c のうち小さい方を、許容曲げモーメント M_a とする。
- (8) (4)に戻り、別の軸力値についても許容曲げモーメントを算出し、設定した全ての軸力値に対する許容曲げモーメントを求める。
- (9) 許容曲げモーメントと軸力の組み合わせ (M_a, N) を、横軸を曲げモーメント、縦軸を軸力としてプロットすることで、許容時 M-N 関係図が得られる。

4. 計算例

建築 RC 規準に掲載されている例と同じ入力値を採用し、本マクロにより M-N 関係図を作成した。

図 4-1 に短期設計時の M-N 関係、図 4-2 に長期設計時の M-N 関係を示す。また、建築 RC 規準に掲載される M-N 関係図も併記した。なお、これらの図では、いずれも鉄筋被り c_v 、コンクリート許容応力度 σ_{ca} および鉄筋許容応力度 σ_{sa} として、以下の条件を設定したものである。

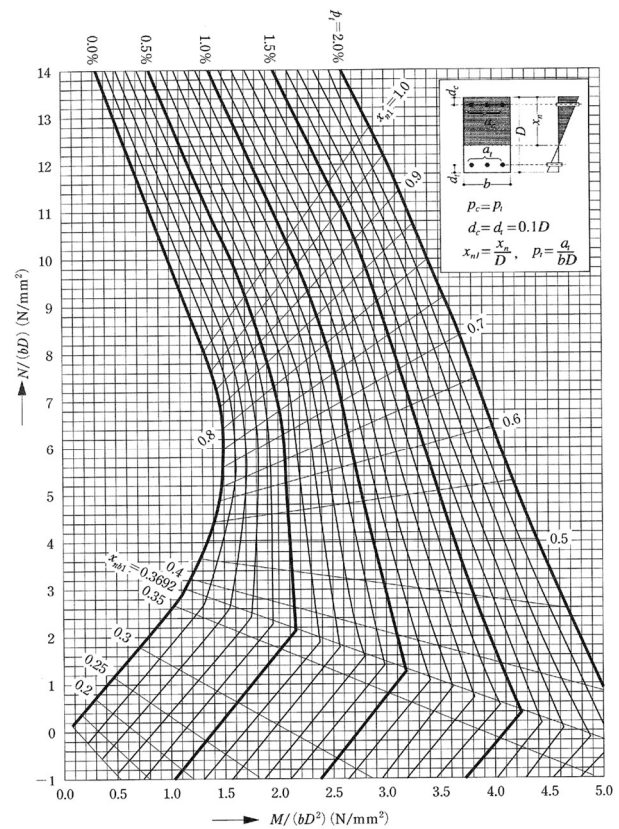
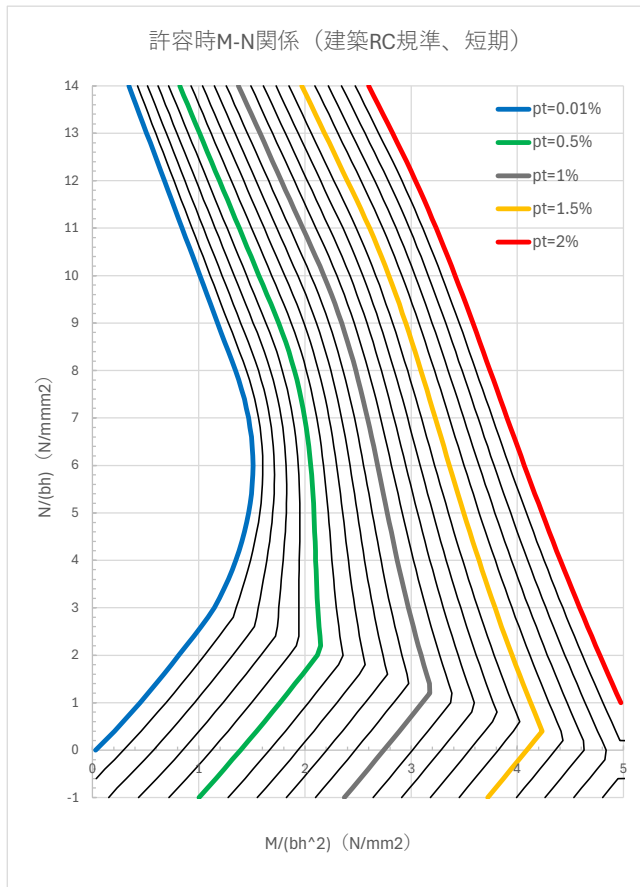
さらに、図 4-3 に $\sigma_{ca}=8\text{N/mm}^2$ 、 $\sigma_{sa}=160\text{N/mm}^2$ としたときの M-N 関係を示した。

短期設計時：

$c_v/h=0.1$ (h : 部材高)、 $\sigma_{ca}=16\text{N/mm}^2$ 、 $\sigma_{sa}=345\text{N/mm}^2$

長期設計時：

$c_v/h=0.1$ (h : 部材高)、 $\sigma_{ca}=8\text{N/mm}^2$ 、 $\sigma_{sa}=215\text{N/mm}^2$

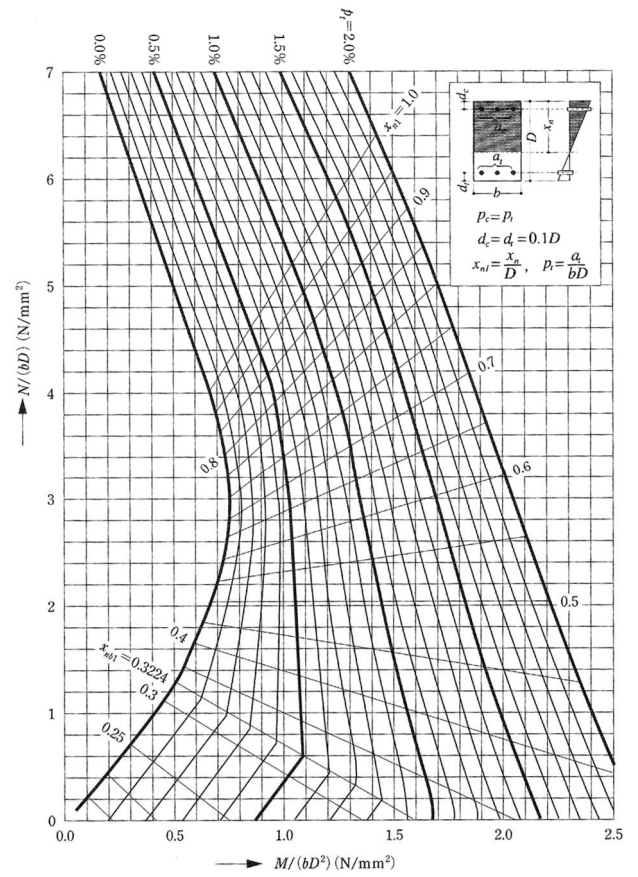
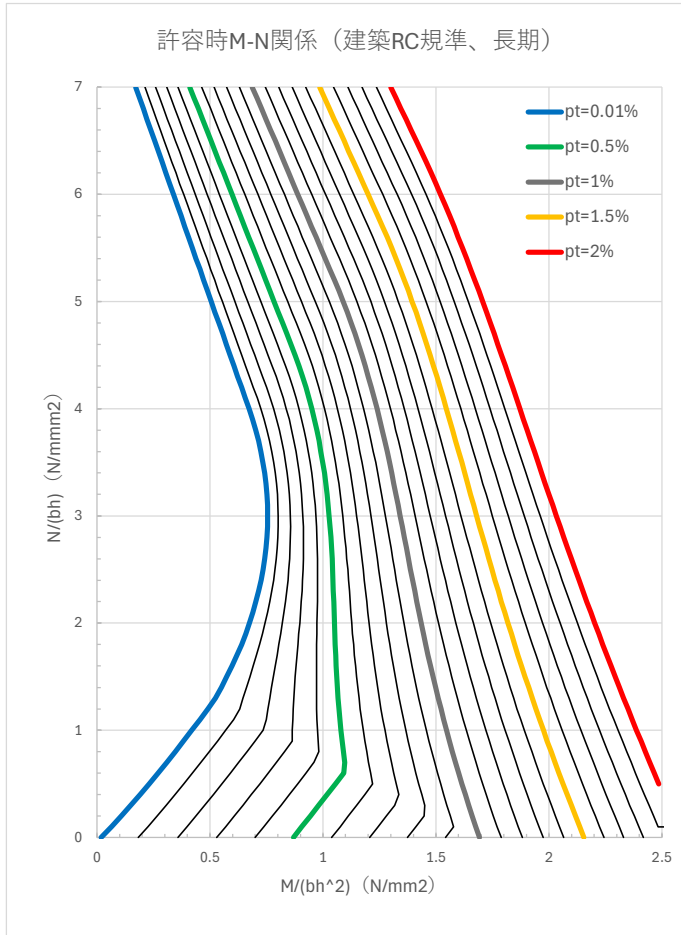


解説図 14.4 柱の短期許容曲げモーメント-軸方向力関係
(F_c 24, SD 345 ; $f_c = 16\text{N/mm}^2$, $f_t = 345\text{N/mm}^2$, $n = 15$)

(*1) p_t : 引張鉄筋比 ($=A_{s1}/(bh)$)、 A_{s1} : 引張鉄筋量、 b : 部材幅、 h : 部材高)

(*2) p_t をパラメータとして、0.1% 間隔でプロット

図 4-1 許容時 M-N 関係 (建築 RC 規準、短期)

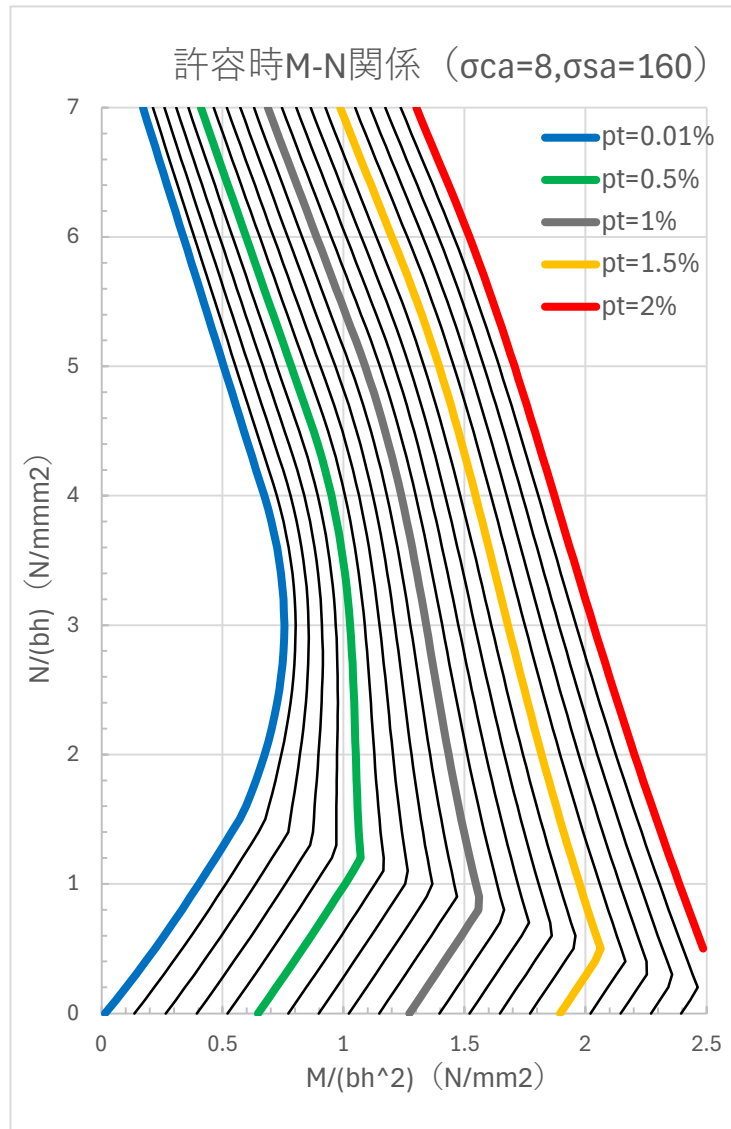


解説図14.3 柱の長期許容曲げモーメント-軸方向力関係
(F_c : 24, SD 345; $f_c = 8\text{N/mm}^2$, $f_t = 215\text{N/mm}^2$, $n = 15$)

(*1) pt : 引張鉄筋比 (= $A_{s1}/(bh)$)、 A_{s1} : 引張鉄筋量、 b : 部材幅、 h : 部材高)

(*2) pt をパラメータとして、0.1%間隔でプロット

図 4-2 許容時 M-N 関係 (建築 RC 規準、長期)



(*1)pt : 引張鉄筋比 (=As1/(bh)、As1 : 引張鉄筋量、b : 部材幅、h : 部材高)

(*2)pt をパラメータとして、0.1%間隔でプロット

図 4-3 許容時 M-N 関係 ($\sigma_{ca}=8\text{N/mm}^2$ 、 $\sigma_{sa}=160\text{N/mm}^2$)