

1. 「動的解析の基礎」と「FEMの初歩解説」

「動的解析の基礎」は、動的問題を解析的に解く際の基本的事項の理解を促すための資料として作成したもので、弊社の研修会にて使用したものです。一自由度系の振動問題を対象とし、運動方程式の立て方から始まり、応答スペクトルや修正震度法における設計震度の考え方までを記載しています。

「FEMの初歩解説」は、FEMのモデル化方法の考え方と変位法 FEM で最も基本となる剛性マトリクスの作成方法について、その初歩を解説したものです。弾性体の力学の基礎から始まり、三角形要素を対象に、要素剛性マトリクスの誘導、全体剛性マトリクスの作成、そして変位および反力の求め方までを解説しています。

2. 無筋矩形断面に対する曲げ耐力の数式解について

本資料は、無筋矩形断面の終局曲げ耐力 (M-N カーブ) の数式解を誘導したものです。無筋断面の終局時の限界状態として、コンクリート圧縮縁でのひずみが 0.0035 になるとき、あるいはコンクリート引張領域が断面中心に達するときのいずれかを考慮しています。

後述の「7. 矩形 RC 断面の M-N 相互作用図の作成」において、M-N カーブ算出のマクロを作成していますが、そのマクロにおいて鉄筋量を微少に設定し、かつひび割れの定義を引張側外縁から断面中心に変更することで、本数式解と一致することを確認しています。

また、本数式解を実装したエクセル (ソルバーとマクロを併用) も掲載しています。

3. 矩形、T 形および円形 RC 断面の曲げ応力算出エクセル

矩形、T 形および円形 RC 断面に対し、RC 断面弾性計算を行い曲げ応力度 (コンクリート圧縮応力および鉄筋引張応力) を算出するエクセルです。本エクセルでは、マクロは使用せず、エクセルのソルバー機能 (陽に解けない方程式の解を収束計算によって算出を行うエクセルに付随した機能) を用いています。

後述の記事で「17. 分割法による RC 断面の応力度計算プログラム」を掲載していますが、そこでの中立軸位置の算定式が、分割法を使用したやや複雑な形をしていました。それに対し、本エクセルでは中立軸位置の算定式が、換算断面 1 次モーメント、換算断面 2 次モーメントおよび軸力偏心位置から中立軸までの距離で表現できることを利用し、各種形状の断面に対し分割法を使用することなく、またエクセル表計算 (ソルバー機能使用) での実装が可能になりました。

4. 矩形、T 形および円形 RC 断面の曲げ応力算出マクロに関して

矩形、T 形および円形 RC 断面に対し、RC 断面弾性計算を行い曲げ応力度 (コンクリート圧縮応力および鉄筋引張応力) を算出するエクセルマクロです。

「3. 矩形、T 形および円形 RC 断面の曲げ応力算出エクセル」と同じロジックを使用して、エクセル

マクロ (VBA) で実装したものです。先のエクセルでは、ソルバー機能を利用したエクセル表計算を用いており、計算手順を明示的に理解しやすいという利点がありますが、1 断面 1 シートのデータを作成する必要があり、多数の断面を一括処理するには手間がかかるという欠点があります。そこで、多数の梁要素でモデル化された構造物の応力度照査に使用するため、マクロを利用して多断面を一括処理するようにしたものです。

5. エクセル表計算による複鉄筋矩形断面の曲げ応力度算出

複鉄筋矩形断面に対し、RC 断面弾性計算を行い曲げ応力度 (コンクリート圧縮応力および鉄筋引張応力) を算出するエクセルです。本エクセルでは、マクロおよびソルバー機能の両者ともに使用せず、セルに数式を埋め込んだ表計算機能のみを使用しています。

RC 断面計算での曲げ応力度算出にあたり中立軸位置の算定が必要になりますが、RC 矩形断面に曲げモーメントと軸力が作用する場合、中立軸位置を定める方程式が断面諸元や軸力偏心位置をパラメータとした 3 次方程式で表されます。本エクセルでは、3 次方程式の解法として解の公式 (カルダノの方法) を用いることで、マクロやソルバー機能の使用を回避しています。

本エクセルでは、1 断面 1 行の入力データとし、複数断面に対する曲げ応力度計算も可能としています。

6. エクセル表計算による多段配筋矩形断面の曲げ応力度算出

多段配筋矩形断面に対し、RC 断面弾性計算を行い曲げ応力度 (コンクリート圧縮応力および鉄筋引張応力) を算出するエクセルです。本エクセルでは、マクロおよびソルバー機能の両者ともに使用せず、セルに数式を埋め込んだ表計算機能のみを使用しています。

「5. エクセル表計算による複鉄筋矩形断面の曲げ応力度算出」の拡張版として、多段配筋矩形断面に対する中立軸位置や曲げ応力度の算定式を導出し、同一のロジックによりマクロやソルバー機能の使用を回避して解を求めています。

本エクセルでは、1 断面に 1 シートのデータ入力が必要になります。

7. 矩形 RC 断面の M-N 相互作用図の作成

矩形 RC 断面の M-N 相互作用図を作成するエクセルマクロです。コンクリートおよび鉄筋の応力ひずみ関係および圧縮縁コンクリートの限界ひずみについては、コンクリート標準示方書あるいは道路橋示方書Ⅲ・コンクリート橋編に従っています。

一般に、矩形 RC 断面の曲げ耐力 (コンクリート圧縮縁が限界ひずみに達するときの曲げモーメント) は、軸力の大きさに依存し、ある一定の軸力 (釣合軸力) までは軸力増大とともに曲げ耐力が増大し、その軸力を超えると曲げ耐力が減少することがわかっています。したがって、曲げ耐力を横軸に、軸力を縦軸にプロットすると、釣合軸力付近で曲げ耐力がピークとなる放物線に似た形状のグラフが描かれます。このグラフが M-N 相互作用図と呼ばれています。

RC 断面諸元と軸力値を既知とすれば、曲げ耐力を算出できるので、上記の M-N カーブを描くことが可能になります。本マクロでは、複数のケースについて M-N カーブの算出が可能で、また「追加配筋

データ」を使用することで多段配筋断面にも対応しています。

8. 矩形 RC 断面の二軸曲げ耐力の算出

「7.矩形 RC 断面の M-N 相互作用図の作成」の拡張版として、二軸曲げを受けるときの曲げ耐力を算出するマクロを作成しています。

一軸曲げの場合には、中立軸が断面高さ方向に直交しますが、二軸曲げでは中立軸が傾斜します。その傾斜角を α （断面幅方向と中立軸がなす角度）とすると、ある傾斜角 α と軸力値 N に依存して、断面高さ方向曲げモーメント M_x と断面幅方向曲げモーメント M_y の組 (M_x, M_y) が一つ決まる (M_x と M_y の関係が定まる) ことになります。

本資料では、松本進（1984）「軸力・二軸曲げを受ける鉄筋コンクリート部材の弾塑性解析方法 鹿児島大学工学部研究報告 第 26 巻」を参照してプログラムを作成しました。本マクロの結果と松本(1984)や他文献の結果を比較し、ほぼ一致することを確認しています。

9. 矩形 RC 断面の曲げ応力算出エクセル

本資料は、「3.矩形、T形および円形 RC 断面の曲げ応力算出エクセル」の記載内容のうち、矩形断面の内容と同一になります。

10. 成層地盤の地震応答計算プログラム

従来から耐震設計計算で多用される一次元地盤応答解析ソフト **SHAKE** と同様の計算を、エクセル **VBA** で実装したものです。

通例の一次元地盤応答解析では、減衰を考慮するための複素剛性や振幅と位相を同時に考慮する複素振幅を用いる、いわゆる複素応答解析手法が適用されます。したがって、プログラムコーディングに複素変数が使用されますが、**VBA** での実装には複素数の扱いが面倒なため、複素数計算を実数計算に置き換えて実行しています。

11. 地下構造物の耐震問題への理論解の活用

近年の地下構造物の耐震設計では、コンピュータを活用した数値解析を適用することが通例で、対象構造物や地盤の複雑な形状や材料特性を実際に近い形でモデル化することが可能となっています。そのため、コンピュータが出現する以前に主流であった理論解を適用する設計手法は、現在では影を潜めていると言ってもよいと思います。しかしながら、理論解には、解析結果を支配するパラメータが明確となり、結果全体を俯瞰的に理解し易いという利点があります。

本資料では、理論解の有用性を再確認するため、①線状地中構造物の軸方向耐震検討に用いる地盤バネ、②水平地盤の地震時変位応答、および③地中ボックスカルバートの地震時変位の推定に関して理論解の活用例を紹介します。

12. 耐震簡易プログラム

以下の2種のプログラム（エクセルマクロ）を掲載しています。

・応答スペクトルプログラム

地震動波形、固有周期範囲および減衰値を入力することで、加速度、速度および変位応答スペクトルを算出するプログラムです。応答スペクトルの計算手法には、ニガム法を使用しています。ニガム法は、時間ステップ間の入力加速度の直線性を仮定し、1自由度振動系の厳密解を適用して、現ステップの変位と速度および現ステップと次ステップの入力加速度から、次ステップの変位および速度を算出し、その手順を全時間ステップに亘って実行する計算手法です。

・ $M\phi$ 計算（矩形）プログラム

矩形RC断面の $M\phi$ 関係を算出するプログラムです。コンクリートの応力ひずみ関係はコンクリート標準示方書に従い（放物線と直線の組合せ）、鉄筋の応力ひずみ関係はバイリニア（降伏まで線形）を仮定しています。ひび割れ時、降伏時および終局時の定義は、それぞれコンクリート引張縁が引張強度に達したとき、引張鉄筋が降伏したとき、およびコンクリート圧縮縁のひずみが0.0035に達したときとしています。

ひび割れ時、降伏時および終局時の曲げモーメントおよび曲率は、複鉄筋RC断面に対する解析解（掲載資料「降伏および終局曲げモーメント（矩形）」を参照）を使用して算出しています。中立軸比 $k (=x/d)$ 、 x ：圧縮縁から中立軸までの距離、 d ：有効高）の算定式は、ひび割れ時において k の1次方程式、降伏時において k の1次、2次あるいは3次方程式、終局時において k の1次あるいは2次方程式で表されます。ここに、3次方程式 $f(k)=k^3+a\cdot k^2+b\cdot k+c=0$ の求解では、 k を変更し $f(k)$ が符号変化する k を探しています。

なお、終局時には引張鉄筋は降伏しているものとし、引張鉄筋が降伏する前に終局に達するモードは考慮外となります。

13. 地盤計算プログラム

以下の3種のプログラムを（エクセルマクロ）を掲載しています。

・地盤の固有振動モードの計算プログラム

成層地盤の固有振動モードを計算するプログラムです。地盤の単位体積重量、層厚、せん断波速度および減衰定数を入力し、複数次の固有振動数、刺激係数、固有モードおよびモード減衰定数を計算します。入力した減衰定数は、固有振動数や固有モードには関係せず、モード減衰定数に関係します。

・地盤変位波長の計算プログラム

線状地中構造物の縦断方向の耐震設計において、現行の設計指針では地震時地盤変位量と地盤変位波長を設定し、構造物の地震時応答量を算出します。この地盤変位波長の設定には、表層と基盤の波長の調和平均値がよく使用されます。本資料では、2層系地盤における表面波（Love波）の群速度極小時の波長を用いる方法を提示するとともに、計算プログラムをエクセルマクロに実装しました。

表層と基盤の単位体積重量、表層と基盤のせん断波速度および表層厚を入力することで、地盤変位波長が計算されます。

- ・地盤の固有振動数計算プログラム

成層地盤の固有振動数を計算するプログラムです。地盤の単位体積重量、層厚およびせん断波速度を入力し、複数次の固有振動数を計算します。計算される最大の固有振動数は、マクロ内でデフォルト値として 10Hz を設定しています（10Hz よりも小さい固有振動数が複数個計算される）。

成層地盤のせん断自由振動に関する運動方程式をもとに、地表面のせん断応力をゼロとする条件から固有方程式を導入し、固有方程式を満足する振動数を繰り返し計算によって定めています。

14. RC 断面照査計算プログラム

RC 構造物の断面照査を行うエクセルマクロ（VBA）です。L1 地震時には許容応力度照査を、L2 地震時には部材耐力照査を適用しています。ここで、許容応力度照査とは RC 断面弾性計算によって求めたコンクリートおよび鉄筋の発生応力度を許容応力度と比較する照査であり、一方、部材耐力照査とはコンクリートおよび鉄筋の応力ひずみ関係の非線形性を考慮した曲げ終局モーメントおよび L2 せん断耐力を発生断面力と比較する照査を指しています。

発生断面力の計算には、市販ソフト ES（フォーラムエイト）による線形解析を想定し、断面力出力結果をワークシートに貼り付けることとしています。

複鉄筋 RC 断面を仮定し、許容応力度照査には RC 断面弾性計算の解析解（「20.シェル要素の L2 断面力照査用マクロ「RC 断面照査-シェル」に関して」の説明資料参照）を、部材耐力照査には「12.耐震簡易プログラム」のうち「Mφ 計算（矩形）プログラム」で提示した耐力式を適用しています。

15. 分割法による RC 断面の Mφ 計算プログラム

以下の 3 種のプログラム（エクセルマクロ）を掲載しています。

- ・分割法による円形 RC 断面の Mφ 限界値計算

RC 円形断面を対象として、道路橋示方書 V・耐震設計編 H24 版に従うコンクリートと鉄筋の応力ひずみ関係および限界ひずみを使用し、部材高さ方向に断面分割を行う分割法により、Mφ 関係の限界値（ひび割れ時、降伏時および終局時）を算出しています。

断面半径方向に最大 3 段までの軸方向鉄筋配置を考慮できます。また、複数ケースの断面諸元に対して Mφ 限界値の算出が可能です。

- ・分割法による矩形 RC 断面の Mφ 限界値計算

RC 矩形断面を対象として、道路橋示方書 V・耐震設計編 H24 版に従うコンクリートと鉄筋の応力ひずみ関係および限界ひずみを使用し、部材高さ方向に断面分割を行う分割法により、Mφ 関係の限界値（ひび割れ時、降伏時および終局時）を算出しています。

圧縮側および引張側の軸方向配筋をそれぞれ 2 段まで、また側方鉄筋の配置を考慮できます。さらに、複数ケースの断面諸元に対して Mφ 限界値の算出が可能です。

・分割法による RC 断面の $M\phi$ 計算プログラム

RC の円形断面、矩形断面および小判形断面を対象として、道路橋示方書 V・耐震設計編 H24 版に従うコンクリートと鉄筋の応力ひずみ関係および限界ひずみを使用し、部材高さ方向に断面分割を行う分割法により、 $M\phi$ 関係を算出しています。本項の $M\phi$ 関係は、限界値だけでなく、曲率ゼロから終局までを連続的に算出しています。

断面分割と $M\phi$ 計算のマクロが別になっており、断面分割マクロによって作成された断面分割データを $M\phi$ 計算のエクセルマクロに貼り付けることにより、 $M\phi$ 算出を実行します。断面分割マクロは断面形状によりプログラム内容が異なりますが、 $M\phi$ 計算マクロは断面形状に依らず同一のプログラムとなっています。

本マクロで計算された $M\phi$ 関係は、「道路橋の耐震設計における鉄筋コンクリート橋脚の水平力ー水平変位関係の計算例（H24 版道示対応）（社）日本道路協会 橋梁委員会 耐震設計小委員会 平成 24 年 5 月」に提示される事例と比較し、ほぼ一致することを確認しています。

16. 分割法による鋼断面の $M\phi$ 計算プログラム

矩形鋼断面を対象として、道路橋示方書 V・耐震設計編 H24 版に従う鋼材の応力ひずみ関係および限界ひずみを使用し、部材高さ方向に断面分割を行う分割法により、 $M\phi$ 関係の限界値（降伏時および終局時）を算出しています。

補剛材（リブ）の影響を考慮するために、鋼断面の外形の大きさを変更せず補剛材を含む断面積と断面 2 次モーメントが同一になるようなフランジ厚およびウェブ厚を算出し、その補正した断面厚さに対して $M\phi$ 関係を算定しています。

複数ケースの断面諸元に対して $M\phi$ 限界値の算出が可能です。

17. 分割法による RC 断面の応力度計算プログラム

分割法を使用し、矩形断面および円形断面の RC 断面弾性計算を行い、コンクリートおよび鉄筋の応力度を算出するプログラム（エクセルマクロ）です。分割法を使用することで、多段配筋断面にも対応可能となります。

矩形断面に対しては、圧縮側および引張側のそれぞれに 2 段までの軸方向鉄筋配置、また側方鉄筋の配置が可能です。円形断面に対しては、断面半径方向に最大 3 段までの軸方向鉄筋配置が可能です。

19. 修正物部・岡部法による主働土圧係数算出

道路橋示方書 V・耐震設計編 H24 に従い、L2 地震時の主働土圧係数算出を修正物部・岡部法によって行うエクセルマクロです。標準的な諸元や地盤強度に対しては主働土圧係数の算出式が同示方書に掲載されており、通常的设计計算にはそれらを使用することで対処可能です。地表面や壁体面が傾斜している場合など、示方書の算出式を直接に適用できないときには、修正物部・岡部法に従って主働土圧係数を計算する必要があります。

本資料は、計算したい最大の水平震度を指定し、水平震度と主働土圧係数の関係を算出するマクロに

なります。

20. 設計で用いる土圧理論の概説

設計で一般的に使用される土圧理論（ランキン土圧およびクーロン土圧）と修正物部・岡部法による主働土圧の考え方について概説したものです。

本資料は、「龍岡文夫・古関潤一(2010)：初級講座 この式どうやってできたの？ どう使うの？ 第5・6回地震時土圧（その1・その2）基礎工2010年2・3月」と「右城猛(2013)：擁壁の設計法と計算例 第3章土圧 理工図書」を参照しています。

21. シェル要素のL2断面力照査用マクロ「RC断面照査-シェル」

RC構造物をシェル要素および梁要素モデル化した際の応答断面力を使用し、L1対応の許容応力度照査およびL2対応の耐力照査を行うエクセルマクロです。

応答断面力の算出は、Midas-Civil（マイダスアイティジャパン）による線形解析を想定しており、Midasが掃き出す断面力CSVファイルを本マクロで読み込み、照査を実施しています。許容応力度照査でのRC断面弾性計算、および耐力照査における終局曲げモーメントの計算は、いずれも複鉄筋断面を仮定しています。複鉄筋RC断面での終局曲げモーメントの算出では、圧縮鉄筋が未降伏の場合、圧縮鉄筋が圧縮降伏する場合、および圧縮鉄筋が引張降伏する場合の3種のモードを考慮しています。

なお、シェル要素に対しては、面外の曲げ・せん断に対する照査を実施しており、面内せん断およびねじりについては考慮外となります。

22. 下水道耐震指針に基づく適合波作成

「下水道施設耐震計算例2015年版Q&A(管路施設編)2018年8月1日」の記載によれば、地下構造物が基盤付近に設置される場合に、地震時地盤変位の設計式が変位を過大に評価することを踏まえ、一次元地盤応答解析による地盤変位の算出が推奨されています。その際、下水道耐震設計指針の設計速度応答スペクトルに適合する工学的基盤位置での地震動波形の作成が必要となります。

本資料では、位相特性を既知した地震波から目標応答スペクトルに適合する地震波を作成するマクロを作成しています。