

## 1. はじめに

現在まで RC 断面に対する  $M\phi$  計算のマクロを掲載してきましたが、今回鋼製橋脚の動的解析等に用いるため、分割法を用いて矩形鋼断面の  $M\phi$  限界値を計算するマクロを作成しました。 $M\phi$  計算の方法は、道路橋示方書・耐震設計編に従うものです。

エクセルシートを添付していますので自由に使っていただいて結構ですが、計算結果の妥当性判断については、使用者に帰するものとします。また、ソースコードについても公開しています。

## 2. エクセルシートの内容

①断面高さや幅、フランジ厚、ウェブ厚などの断面諸元を入力し、また補剛材や充填コンクリートに関する条件を入力することで、降伏時および許容時における曲率および曲げモーメントを出力するエクセルマクロです。

②鋼製橋脚の許容ひずみ  $\epsilon_a$  の算出は、「道路橋示方書・同解説 V耐震設計編 平成 24 年 3 月 社団法人日本道路協会」に基づいています。

③ $M\phi$  計算に補剛材（リブ）の影響を考慮するために、鋼断面の外形の大きさを変更せず補剛材を含む断面積と断面 2 次モーメントが同一になるようなフランジ厚およびウェブ厚を算出し、その補正した断面厚さに対して  $M\phi$  関係を算定しています。

③複数ケースの計算に対応するために、入力データをケースごとに 1 行で入力し、 $M\phi$  限界値の出力も 1 ケースに 1 行ずつの出力になっています。

## 3. 入力データおよび出力データ

①入出力に関係するエクセルシートは 5 つあり、「入力データ」、「断面分割」、「許容ひずみ」、「 $M\phi$  限界値」および「中立軸計算(チェック用)」です。「入力データ」に必要なデータを入力すれば、「 $M\phi$  限界値」に  $M\phi$  限界値が出力されます。

②「入力データ」には、「ケース」、「断面高さ(全高)(m)」、「断面幅(全幅)(m)」、「フランジ厚(m)」、「ウェブ厚(m)」、「フランジ分割数」、「ウェブ分割数」、「リブ幅(m)」、「リブ高さ(m)」、「フランジのリブ数」、「ウェブのリブ数」、「フランジ鋼材仕様」、「ウェブ鋼材仕様」、「横補剛材間隔(m)」、「橋脚高さ(m)」、「コンクリート充填の有無」、「コンクリート設計基準強度(N/mm<sup>2</sup>)」、「許容ひずみを H24 か H14 か」および「軸力(kN)」を入力します。ここに、「断面高さ」は加力方向の断面寸法、「断面幅」は加力直交方向の断面寸法を示しています。また、「フランジ厚」および「ウェブ厚」は加力方向によって変更する必要があり、加力方向に直交する補剛板をフランジとし、加力方向に平行な補剛板をウェブとします。「許容ひずみを H24 か H14 か」には、許容ひずみの計算方法の選択として、「H24」か「H14」を入力します。許容ひずみの算出方法が H24 版で変更になったため、選択できるようにしています。許容ひずみの算出方法の詳細については、道路橋示方書を参照してください。

③「断面分割」には、ケースごとに分割法による断面分割の情報が出力されます。加力方向に断面分割要素の中心座標、面積およびフランジとウェブの区別が出力されます。また、補正前のフランジおよびウェブの厚さ( $t_f$ および  $t_w$ )と補正後のそれ( $t_{f1}$ および  $t_{w1}$ )が出力されます。これは、リブの剛性を考慮するために、リブを含む断面積と断面 2 次モーメントに等しくなるようフランジおよびウェブ厚を補正

するものです。

④「許容ひずみ」には、ケースごとに許容ひずみと許容ひずみ計算のためのパラメータを出力します。また、道示に従いパラメータの適用範囲の判定を行っています。ただし、パラメータの適用範囲が NG であっても、 $M\phi$  計算は実行します。

⑤「 $M\phi$  限界値」には、ケースごとに圧縮降伏時の曲率、曲げモーメントおよび中立軸位置、引張降伏時の曲率、曲げモーメントおよび中立軸位置、および許容ひずみ時の曲率、曲げモーメントおよび中立軸位置が出力されます。

⑥「中立軸計算(チェック用)」は、中立軸位置の計算のチェック出力用のシートです。通常の  $M\phi$  算出においては使用しません。ソースコードにおいて、パラメータ `ick` を 1 としたとき中立軸位置の判定に用いる軸力の総和値を出力します。(このとき中立軸位置や  $M\phi$  関係の計算は実施しません)

#### 4. 計算例

計算例として、図 1 に示すような鋼断面を対象とし、本マクロと市販ソフトによる結果を比較しました。市販ソフトには FRAME3D(フォーラムエイト作成)を用いています。

図 2 に、 $M\phi$  曲線を示していますが、本マクロによる結果が市販ソフトの結果とほぼ一致していることがわかります。

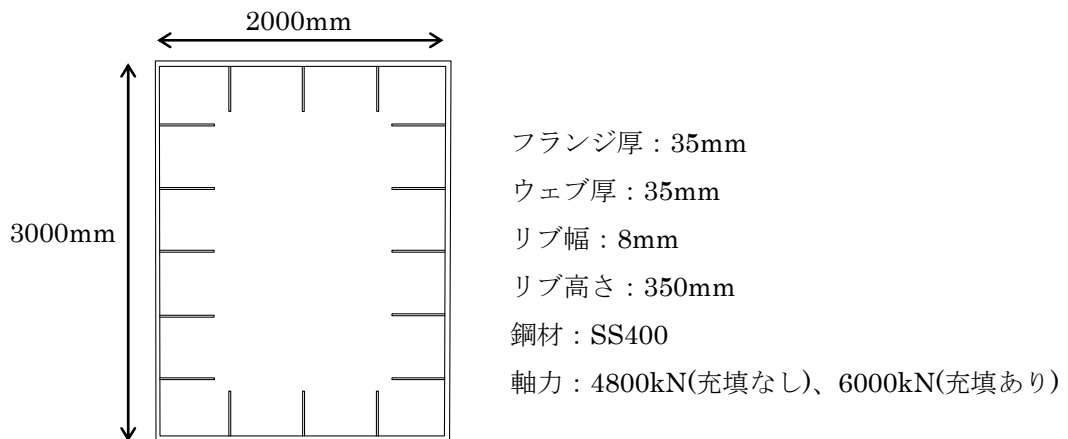
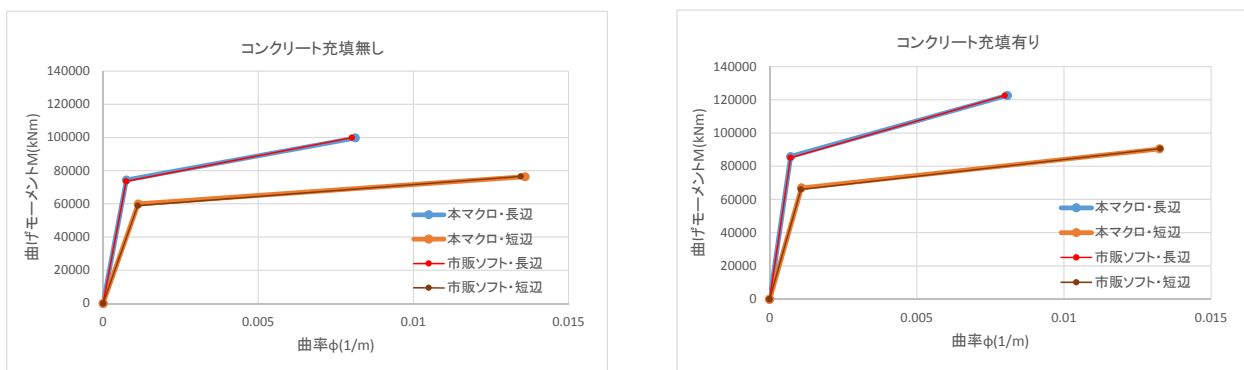


図 1 対象とした鋼断面



(a)コンクリート充填なし

(b)コンクリート充填あり

図 2  $M-\phi$  関係

Mφ 限界値の計算方法としては、鋼材の降伏ひずみおよび許容ひずみなど、ひずみの限界値をもとに曲率を算出し、その曲率における中立軸位置を、直応力の力の釣り合いにより求め、さらにモーメントの釣り合いから抵抗曲げモーメントを求めた。これらの中立軸位置や抵抗曲げモーメントの計算には、道路橋示方書・耐震設計編に示される分割法を用いた。

## 1. 限界ひずみ時の曲率

ひずみの限界値から曲率を算出する際には、中立軸位置が既知であると仮定し、以下の式により限界時曲率を算出する。なお、ひずみの限界値に達する判定は、フランジの中心位置において行うこととする。

$$\text{鋼材圧縮降伏時： } \phi_{yc} = \frac{f_y}{E_s} \frac{1}{x - t_{f1} / 2}$$

$$\text{鋼材引張降伏時： } \phi_{yt} = \frac{f_y}{E_s} \frac{1}{h - x - t_{f1} / 2}$$

$$\text{鋼材許容ひずみ時： } \phi_a = \frac{\varepsilon_a}{x - t_{f1} / 2}$$

ここに、 $\phi_{yc}$ ：圧縮降伏時の曲率

$f_y$ ：鋼材の降伏強度

$E_s$ ：鋼材のヤング係数

$\phi_{yt}$ ：引張降伏時の曲率

$h$ ：部材高さ

$x$ ：中立軸位置（圧縮縁からの距離）

$t_{f1}$ ：補正後のフランジ厚

$\phi_a$ ：許容ひずみ時の曲率

$\varepsilon_a$ ：鋼材の許容ひずみ

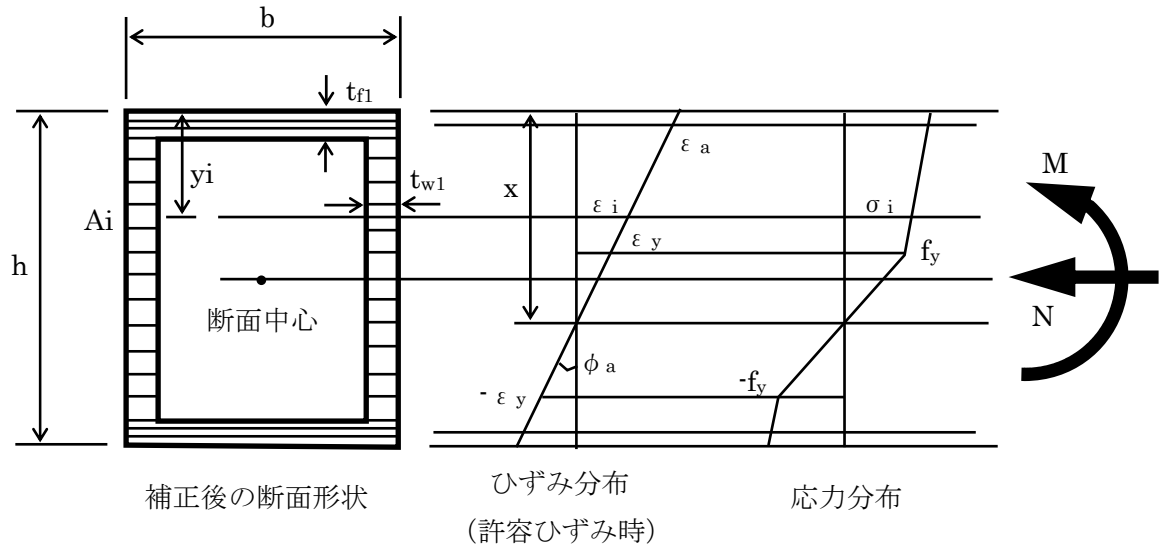
## 2. 分割法による Mφ 限界値の計算

以下では、鋼材断面の許容ひずみ時における抵抗曲げモーメントの算出方法を示す。圧縮降伏時および引張降伏時における抵抗曲げモーメントについては、限界時曲率を変更することで同様の計算が可能である。また、鋼材断面の寸法や厚さについては、リブの断面積や断面 2 次モーメントを考慮し、等価な値が算出されているものとする。なお、リブの剛性の影響を考慮した等価断面の算出方法については、後述する。

参図 1 に示すように、上下および左右対称の矩形断面を仮定し、直ひずみの直線分布の前提のもとに、鋼断面に作用する応力分布を考慮する。図では、圧縮側フランジの中心において許容ひずみ  $\varepsilon_a$  に達している状態を考える。また、鋼材の厚さは、リブの剛性を補正した後の厚さを表すものとする。

参図 1 より、断面内に発生する直応力（圧縮を正）と軸力（圧縮を正）との釣り合いから、次式が成立する。

$$\sum_i \sigma_i A_i - N = 0 \tag{1}$$



<記号>

$h$  : 断面高さ (全高) (m)

$b$  : 断面幅 (全幅) (m)

$t_{f1}$  : フランジ厚 (m) (リブの剛性を考慮した補正後の厚さ)

$t_{w1}$  : ウェブ厚 (m) (リブの剛性を考慮した補正後の厚さ)

$y_i$  :  $i$  番目の分割要素中心の圧縮縁からの距離 (m)

$A_i$  :  $i$  番目分割要素の断面積 (m<sup>2</sup>)

$x$  : 中立軸位置の圧縮縁からの距離 (m)

$\varepsilon_a$  : 鋼材の許容ひずみ

$\varepsilon_y$  : 鋼材の降伏ひずみ ( $=f_y/E_s$ )

$E_s$  : 鋼材のヤング係数 (kN/m<sup>2</sup>)

$f_y$  : 鋼材の降伏強度 (kN/m<sup>2</sup>)

$\varepsilon_i$  :  $i$  番目の分割要素の直ひずみ

$\sigma_i$  :  $i$  番目の分割要素の直応力 (kN/m<sup>2</sup>)

$\phi_a$  : 許容ひずみ時の曲率 (1/m)

$M$  : 曲げモーメント (kNm)

$N$  : 軸力 (kN)

参図 1 鋼断面の  $M\phi$  算出における断面仮定

式(1)において、 $\sigma_i$ は $i$ 番目分割要素に発生する直応力、 $A_i$ は $i$ 番目分割要素の面積、 $N$ は軸力である。ここで、鋼材に発生する応力ひずみ関係にバイリニアモデルを仮定すれば、応力 $\sigma_i$ は直ひずみ $\varepsilon_i$ を用いて、次式で表すことができる。

$$\sigma_i = \begin{cases} E_s \varepsilon_i & (\text{降伏前}) \\ \left\{ f_y + kE_s (\varepsilon_i - \varepsilon_y) \right\} A_i & (\text{圧縮降伏後}) \\ \left\{ -f_y + kE_s (\varepsilon_i + \varepsilon_y) \right\} A_i & (\text{引張降伏後}) \end{cases} \quad (2)$$

$$\varepsilon_i = (x - y_i) \phi_a \quad (3)$$

ここに、 $f_y$ : 鋼材の降伏強度、 $E_s$ : 鋼材のヤング係数、 $k$ : 応力ひずみ関係の降伏後勾配の低減率 (=0.01)、 $\varepsilon_i$ :  $i$  番目の分割要素のひずみ、 $\varepsilon_y$ : 鋼材の降伏ひずみ、 $y_i$ :  $i$  番目分割要素中心位置の圧縮縁からの距離、 $\phi_a$  は許容ひずみ時の曲率である。許容ひずみ時の曲率  $\phi_a$  は次式で表すことができる。

$$\phi_a = \frac{\varepsilon_a}{x - t_{f1} / 2} \quad (4)$$

ここに、 $\varepsilon_a$  は鋼材の許容ひずみである。

次に、直応力、軸力および曲げモーメント（断面上側の圧縮を正）による中立軸周りのモーメントの釣り合いを考慮すれば、次式が成立する。

$$M + N \left( x - \frac{h}{2} \right) = \sum_i \sigma_i A_i (x - y_i) \quad (5)$$

したがって、許容ひずみ時の抵抗曲げモーメント  $M$  は、次式で表すことができる。

$$M = \sum_i \sigma_i A_i (x - y_i) - N \left( x - \frac{h}{2} \right) \quad (6)$$

以上より、許容ひずみ時の抵抗曲げモーメント  $M$  は、以下の手順により計算できる。

- ① 鋼材の許容ひずみ  $\varepsilon_a$  を設定する。
- ② 式(4)に従い、許容ひずみ時の曲率  $\phi_a$  を算出する。
- ③ 中立軸位置  $x$  を仮定し、式(2)により断面内直応力を算出する。
- ④ 式(1)の左辺を計算し、その値を保存しておき、 $x$  を少し変化させたときの式(1)の左辺の値を先に保存した値と比較する。このとき 2 つの値の符号が反転しなければ、さらに  $x$  を変化させて同様の計算を行う。最終的に、符号が反転した前後の  $x$  の値から中立軸位置を定める。
- ⑤ 求めた  $x$  を式(6)に代入し、許容ひずみ時の抵抗曲げモーメントを算出する。
- ⑥ 圧縮降伏あるいは引張降伏時における抵抗曲げモーメントについては、式(4)の代わりに 1. で示した降伏時の曲率を用いればよい。

### 3. リブの影響を考慮した等価断面

鋼製橋脚の内部には、通常縦方向補剛材（リブ）が配置されるが、その剛性の影響を考慮するため、リブの断面積と断面 2 次モーメントをそれぞれ加算した断面となるように、フランジとウェブの厚さに補正を加える。その際、元の補剛板が形成する外形を変化させずに、断面積と断面 2 次モーメントが等しくなるフランジ厚とウェブ厚に補正することとする。

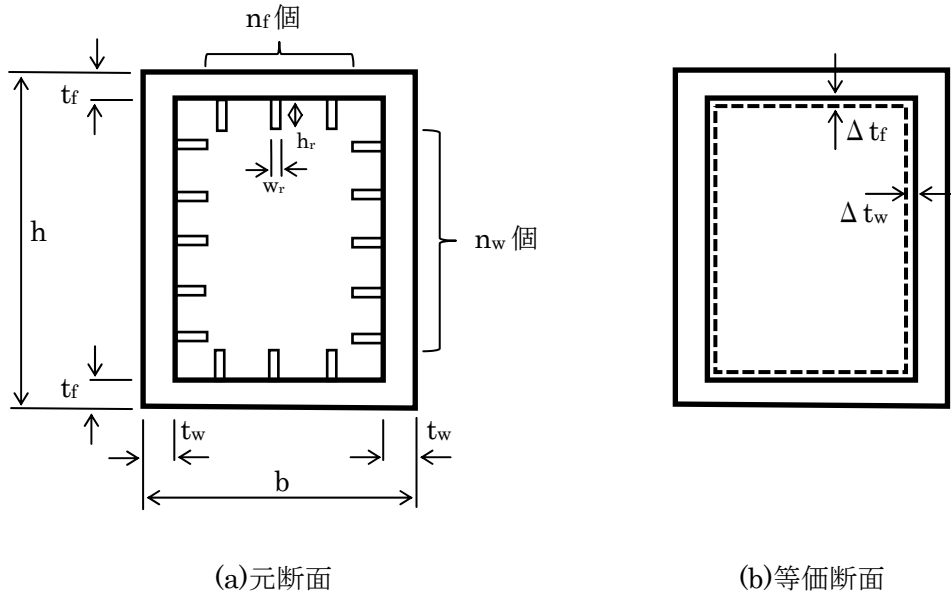
#### (1) リブによる断面積と断面 2 次モーメントの増加

リブによる断面積の増加  $\Delta A$  は、参図 2(a)を参照し、次式で表すことができる。

$$\Delta A = 2w_r h_r (n_f + n_w) \quad (7)$$

次に、断面 2 次モーメントの増加を考える。

フランジのリブによる断面 2 次モーメントの増加  $\Delta I_1$  は、次式で表される。



<記号>

h : 断面高さ (全高) (m)

b : 断面幅 (全幅) (m)

t<sub>f</sub> : フランジ厚 (m)

t<sub>w</sub> : ウェブ厚 (m)

w<sub>r</sub> : リブの幅 (m)

h<sub>r</sub> : リブの高さ (m)

n<sub>f</sub> : フランジのリブの数

n<sub>w</sub> : ウェブのリブの数

参図 2 リブの影響を考慮した断面補正

$$\Delta I_1 = 2n_f \left\{ \frac{1}{12} w_r h_r^3 + w_r h_r \left( \frac{h}{2} - t_f - \frac{h_r}{2} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

また、ウェブのリブによる断面 2 次モーメントの増加  $\Delta I_2$  は、次式で表される。

$$\Delta I_2 = \frac{1}{6} h_r w_r^3 n_w + 4w_r h_r \sum_{i=1}^{nw/2, (nw-1)/2} \left( \frac{h}{2} - t_f - \frac{h - 2t_f}{n_w + 1} i \right)^2 \quad (9)$$

ここに、式(9)の第 2 項の総和記号は、i に関して nw が偶数時には 1 から nw/2 まで、奇数時には 1 から (nw-1)/2 までの総和を意味する。

したがって、断面 2 次モーメントの増加  $\Delta I$  は、次式で表すことができる。

$$\Delta I = \Delta I_1 + \Delta I_2 = 2n_f \left\{ \frac{1}{12} w_r h_r^3 + w_r h_r \left( \frac{h}{2} - t_f - \frac{h_r}{2} \right)^2 \right\} + \frac{1}{6} h_r w_r^3 n_w + 4w_r h_r \sum_{i=1}^{nw/2, (nw-1)/2} \left( \frac{h}{2} - t_f - \frac{h - 2t_f}{n_w + 1} i \right)^2 \quad (10)$$

## (2) フランジ厚とウェブ厚の補正

フランジおよびウェブの増加量  $\Delta t_f$  と  $\Delta t_w$  を算出する。

参図 2(b) の等価断面を参照して、リブによる断面力増加  $\Delta A$  および断面 2 次モーメント増加  $\Delta I$  は、次式で表される。

$$\Delta A = (b - 2t_w)(h - 2t_f) - (b - 2t_w - 2\Delta t_w)(h - 2t_f - 2\Delta t_f) \quad (11)$$

$$\Delta I = \frac{(b - 2t_w)(h - 2t_f)^3}{12} - \frac{(b - 2t_w - 2\Delta t_w)(h - 2t_f - 2\Delta t_f)^3}{12} \quad (12)$$

式(11)と(12)を連立し、 $\Delta t_f$  と  $\Delta t_w$  について解くことができる。その結果、次式が得られる。

$$\Delta t_f = \frac{1}{2} \left\{ h - 2t_f - \sqrt{\frac{(b - 2t_w)(h - 2t_f)^3 - 12\Delta I}{(b - 2t_w)(h - 2t_f) - \Delta A}} \right\} \quad (13)$$

$$\Delta t_w = \frac{1}{2} \left\{ b - 2t_w - \frac{(b - 2t_w)(h - 2t_f) - \Delta A}{h - 2t_f - 2\Delta t_f} \right\} \quad (14)$$

以上より、式(7)および(10)を用いてリブによる断面積と断面 2 次モーメントの増加量  $\Delta A$  および  $\Delta I$  を算出し、その値を式(13)および(14)に代入して、等価断面のフランジ厚とウェブ厚の増加量  $\Delta t_f$  と  $\Delta t_w$  を求めることができる。

## 4. 鋼材の許容ひずみ

鋼材の許容ひずみの設定は、「道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編 平成 24 年 3 月 社団法人日本道路協会」に従うこととする。

### (1) コンクリートを充填しない場合

許容ひずみ  $\varepsilon_a$  は、次式で表される。

$$\varepsilon_a = \left\{ \frac{(1.58 - N/N_y)^{3.16} \times (1.68 - R_R)^{2.48} \times (0.65 - R_F)^{0.41} \times (23.87 - l'/b')^{2.9} \times (\alpha')^{0.3}}{2500 \times (N/N_y + 1.0) \times (b_w/b_F)^{0.17}} + 0.5 \right\} \varepsilon_y \quad (15)$$

ここに、適用範囲は  $0.5 \leq b_w/b_F \leq 2.0$ ,  $0.3 \leq R_F \leq 0.5$ ,  $0.3 \leq R_R \leq 0.5$ ,  $\gamma l/\gamma l^* \geq 1.0$ ,  $0.2 \leq \bar{\lambda} \leq 0.5$ ,  $2.5 \leq l/b' \leq 9.0$ ,  $0 \leq N/N_y \leq 0.5$  としている。

$b_w$ : 補剛板 (ウェブ) の全幅 (mm) (内内長さ)

$b_F$ : 補剛板 (フランジ) の全幅 (mm) (内内長さ)

$b' = (b_w + b_F)/2$

$l' = l/2$

$l$ : 有効座屈長 (mm) (=  $2h_p$ :  $h_p$  は橋脚高さ (mm) で単柱を想定)

$N$ : 鋼製橋脚に作用する軸力 (N)

$N_y$ : 鋼断面の全断面が降伏するときの軸力で鋼断面の断面積に降伏点を乗じて求めた値 (N)

$R_R$ : 次式で定義する鋼断面の補剛板 (フランジ) の幅厚比パラメータ

$$R_R = \frac{b_F}{t_F} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\mu^2)}{\pi^2 k_R}}$$

$t_F$  : 補剛板 (フランジ) の板厚 (mm)

$\mu$  : 鋼材のポアソン比

$k_R$  : 座屈係数 (=4n<sup>2</sup>)

n : 縦方向補剛材によって区切られるパネル数

$R_F$  : 次式で定義する鋼断面の補剛板 (フランジ) の幅厚比パラメータ

$$R_F = \frac{b_F}{t_F} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\mu^2)}{\pi^2 k_F}}$$

$k_F$  : 次式で定義する座屈係数

$$k_F = \frac{(1+\alpha^2)^2 + n\gamma_l}{\alpha^2(1+n\delta_l)} \quad (\alpha \leq \alpha_0)$$

$$k_F = \frac{2(1+\sqrt{1+n\gamma_l})}{1+n\delta_l} \quad (\alpha > \alpha_0)$$

$\alpha$  : 補剛板 (フランジ) の縦横寸法比

$$\alpha = a/b_F$$

a : 横方向補剛材間隔 (mm)

$\alpha_0$  : 限界縦横寸法比

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{1+n\gamma_l}$$

$\delta_l$  : 縦方向補剛材 1 個の断面積比

$$\delta_l = A_l / (b_F \cdot t_F)$$

$\gamma_l$  : 縦方向補剛材の剛比

$$\gamma_l = I_l / (b_F \cdot t_F^3 / 12)$$

$A_l$  : 縦方向補剛材 1 個の断面積 (mm<sup>2</sup>)

$I_l$  : 縦方向補剛材 1 個の断面 2 次モーメント (mm<sup>4</sup>)

(補剛される板の表面に関する断面 2 次モーメント : 片側配置を想定)

$\gamma_l^*$  : 次式で定義される縦方向補剛材の剛比

$$\gamma_l^* = 4\alpha^2 n(1+n\delta_l) - \frac{(1+\alpha^2)^2}{n} \quad (\alpha \leq \sqrt[4]{1+n\gamma_l})$$

$$\gamma_l^* = \frac{1}{n} \left[ \{2n^2(1+n\delta_l) - 1\}^2 - 1 \right] \quad (\alpha > \sqrt[4]{1+n\gamma_l})$$

$$\alpha' = a/b'$$

$\bar{\lambda}$  : 次式で定義される細長比パラメータ

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{l}{r}}$$



$r$  : フランジに平行な軸に関する鋼断面の断面 2 次半径 (mm)

(2) コンクリートを充填する場合

許容ひずみ  $\varepsilon_a$  は、次式で表される。

$$\varepsilon_a = 7 \varepsilon_y \quad (16)$$