

1. はじめに

先に、RC 断面の $M\phi$ 計算のエクセルシートを掲載しましたが、1 段配筋の矩形断面を対象とするものです。そこで、多段配筋や側方鉄筋がある場合や任意断面形状にも対応可能とするために、分割法によって $M\phi$ 計算を実施するマクロを作成しました。ここでいう分割法は、道路橋示方書・耐震設計編に示されるように、部材高さ方向に断面を小断面に分割し、各断面内のコンクリートと鉄筋に発生する応力度に基づき、力の釣り合いを考慮することで $M\phi$ 関係を求める方法です。

エクセルシートを添付していますので自由に使用していただいて結構ですが、計算結果の妥当性判断については、使用者に帰するものとします。また、ソースコードについても公開しています。

2. エクセルシートの内容

①断面分割のエクセルシートと $M\phi$ 計算のエクセルシートが別になっています。まず、断面分割のシートにより、断面分割の座標および面積のデータと鉄筋位置および鉄筋断面積のデータを作成し、それらのデータを $M\phi$ 計算のシートに貼り付け、その後 $M\phi$ 計算を実施することになります。断面分割のエクセルシートは、「矩形」、「円形」および「小判形」の 3 つがあります。このうち、「円形」と「小判形」については、配筋は対称としています。なお、 $M\phi$ 計算のマクロは共通ですが、添付例には断面形状に対応するシートを提示しています。

② $M\phi$ 計算で用いるコンクリートの応力ひずみ関係は、道路橋示方書・耐震設計編に示されるように、横拘束筋の効果に伴うピーク後の下降勾配を考慮しています（星隈モデル）。

③コンクリートの圧縮限界ひずみの算出および圧縮限界の判定は、最外縁の圧縮鉄筋位置において行っています。また、コンクリート圧縮限界あるいは鉄筋引張許容ひずみに達する終局時の $M\phi$ 計算は、圧縮側かぶり部のコンクリート応力を無視しています。

④コンクリート圧縮限界ひずみ、および鉄筋引張許容ひずみの算出は、道路橋示方書・耐震設計編（H24 版）に基づいています。

⑤ $M\phi$ 関係は、ソースコードに指定するパラメータ $faimax$ により、計算する最大の曲率を定めて算出しています。計算例では、 $faimax=0.02\sim 0.05$ （単位：1/m）としています。また、ひび割れ時および初期降伏時を定めるものと圧縮限界あるいは引張限界の終局時を定めるものの 2 種を算出しています。

3. 入力データおよび出力データ

3.1 断面分割計算

(1) 矩形

「断面データ」に入力データを作成し、マクロを起動させると、「断面分割」に断面分割のデータが作成されます。「断面データ」には、全高（部材高さ）、部材幅、圧縮鉄筋 1 段目および 2 段目の径、本数およびかぶり、引張鉄筋 1 段目および 2 段目の径、本数およびかぶり、側方鉄筋の径、本数および段数、部材高さ方向の分割数を入力します。ここで、側方鉄筋は圧縮鉄筋 2 段目と引張鉄筋 2 段目の間を、段数分均等に分割して配置されるものとします。長さの単位は全て cm です。

「断面分割」には、コンクリート分割断面の座標および断面積と、鉄筋位置の座標および鉄筋断面積が出力されます。コンクリート分割断面および鉄筋の座標は、引張縁からの距離で定義し、座標の小さいほうから順に出力しています。

(2) 円形

「断面データ」に入力データを作成し、マクロを起動させると、「断面分割」に断面分割のデータが作成されます。「断面データ」には、断面半径、鉄筋段数、部材高さ方向の半径分の分割数、鉄筋位置の半径、90度当たりの配筋間隔数および鉄筋呼び径を入力します。鉄筋データは、段数分を入力します。長さの単位は全て m です。

「断面分割」には、コンクリート分割断面の座標および断面積と、鉄筋位置の座標および鉄筋断面積が出力されます。コンクリート分割断面および鉄筋の座標は、引張縁からの距離で定義し、座標の小さいほうから順に出力しています。

(3) 小判形

短辺方向と長辺方向がありますが、まず短辺方向について説明します。

「断面データ」に入力データを作成し、マクロを起動させると、「断面分割」に断面分割のデータが作成されます。「断面データ」には、円形部の断面半径、矩形部の長さ、鉄筋段数、部材高さ方向の半径分の分割数、鉄筋位置半径、円形部の 90度当たりの配筋間隔数、円形部の鉄筋呼び径、矩形部片側の鉄筋本数、矩形部の鉄筋呼び径を入力します。鉄筋データは、段数分を入力します。長さの単位は全て m です。長辺方向については、短辺方向とほとんど同じですが、部材高さ方向の矩形部の分割数を入力する必要があります。

「断面分割」には、コンクリート分割断面の座標および断面積と、鉄筋位置の座標および鉄筋断面積が出力されます。コンクリート分割断面および鉄筋の座標は、引張縁からの距離で定義し、座標の小さいほうから順に出力しています。

3. $2M\phi$ 計算

「入力データ」に入力データを作成するとともに「断面分割データ」に先の断面分割計算で作成した断面分割データを貼り付けます。そして、マクロを起動させると、「 $M\phi$ 関係」に $M\phi$ 曲線が、「イベント発生情報」にコンクリート分割断面と鉄筋位置におけるイベント発生状況が出力されます。

「入力データ」には、断面分割数、鉄筋データ数、全高（部材高）(cm)、鉄筋ヤング係数 (kN/mm²)、鉄筋降伏強度 (N/mm²)、コンクリートヤング係数 (kN/mm²)、コンクリート圧縮強度 (N/mm²)、軸力 (kN)、横拘束筋の呼び径、横拘束筋の有効長 (cm)、横拘束筋のピッチ (cm)、横拘束筋の降伏強度 (N/mm²)、断面形状、圧縮側かぶり (cm)、軸方向筋呼び径、 L_p 算出のための圧縮側軸方向筋数、 L_p 算出のための横拘束筋有効長 (cm)、 L_p 算出のためのかぶり (cm) を入力します。

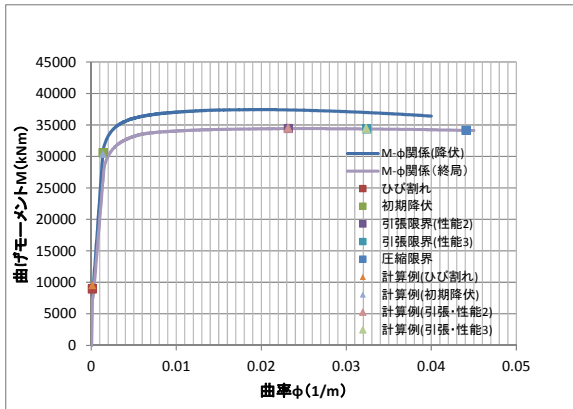
$M\phi$ 曲線のデータは、曲率、中立軸位置および曲げモーメントです。曲げモーメントについては、ひび割れ時および降伏時に対応するものと終局時に対応するものの 2 種を出力しています。終局時に対応するものは、圧縮側かぶりコンクリートの応力を無視して曲げモーメントを算出しています。

イベント発生状況は、クラック時、降伏時、圧縮応力ピーク時 (epz)、圧縮限界ひずみ時 (epu)、耐震性能 2 の引張許容ひずみ時 (eput2)、耐震性能 3 の引張許容ひずみ時 (eput3) に関し、コンクリート分割断面および鉄筋位置において発生するステップ数と曲率を出力しています。

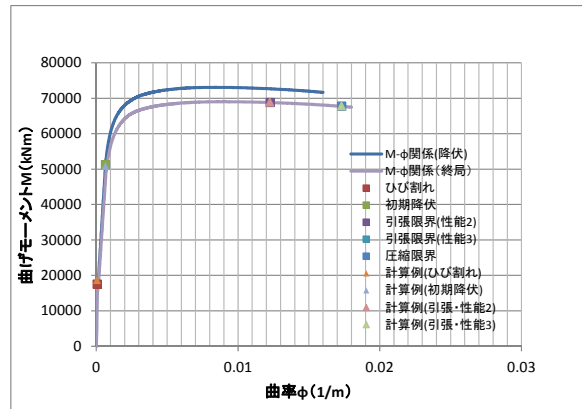
4. 計算例

計算例としては、「道路橋の耐震設計における鉄筋コンクリート橋脚の水平力-水平変位関係の計算例 (H24 版道示対応) (社) 日本道路協会橋梁委員会耐震設計小委員会平成 24 年 5 月」(以下「道示計算例」と呼ぶ) に示される断面諸元を用いています。

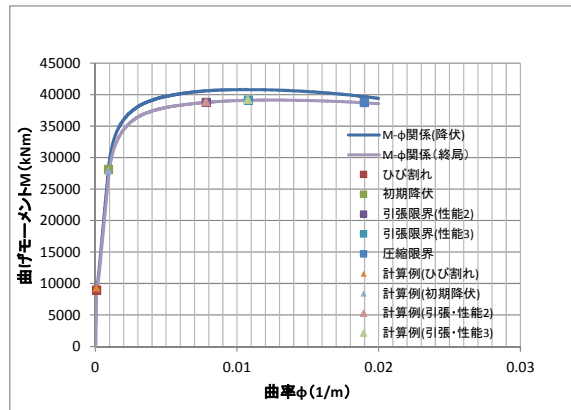
エクセルシートに $M-\phi$ 曲線を示していますが、本マクロによる結果が「道示計算例」の結果とほぼ一致していることがわかります。



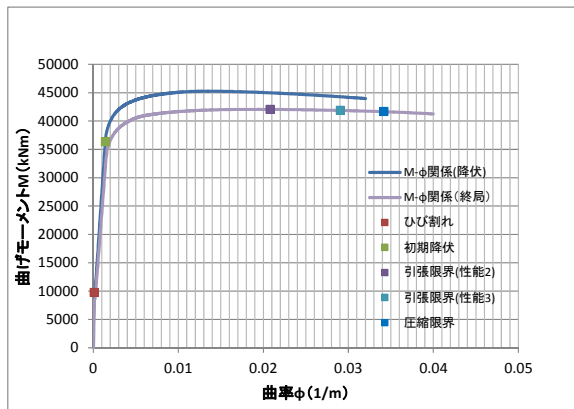
(a) 矩形断面・橋軸方向



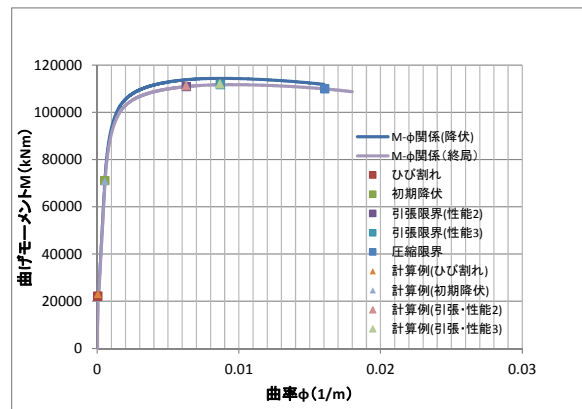
(b) 矩形断面・橋軸直交方向



(c) 円形断面

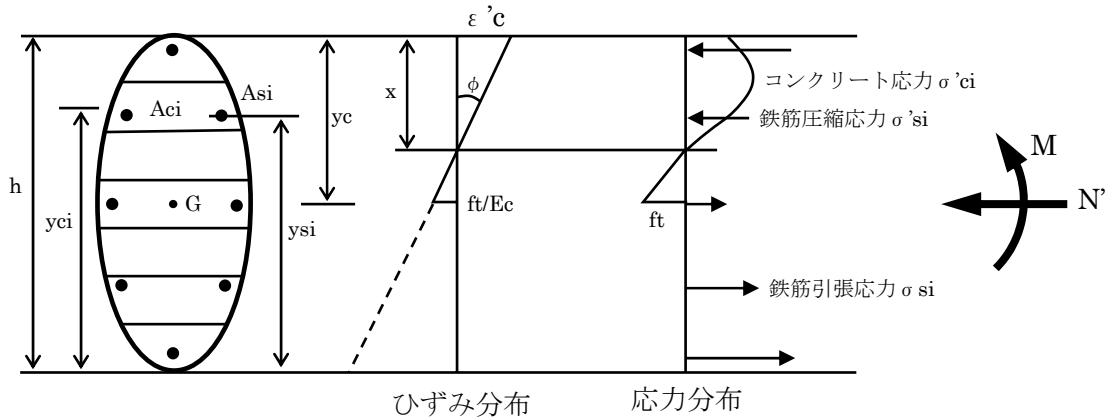


(d) 小判形断面・橋軸方向



(e) 小判形断面・橋軸直交方向

図 1 各断面形状に対する $M-\phi$ 関係



<記号の意味>

h : 全高 (部材高)

y_{ci} : i 番目のコンクリート分割断面中心位置の座標 (引張縁からの距離) (m)

y_{si} : i 番目の鉄筋位置の座標 (引張縁からの距離) (m)

A_{ci} : i 番目のコンクリート分割断面の面積 (m²)

A_{si} : i 番目の鉄筋の鉄筋断面積 (m²)

G : 断面図心位置

y_c : 図心位置の圧縮縁からの距離

x : 中立軸位置 (圧縮縁からの距離)

f_t : コンクリート引張強度 (kN/m²)

f_y : 鉄筋降伏強度 (kN/m²)

f'_c : コンクリート圧縮強度 (kN/m²)

E_c : コンクリートヤング係数 (kN/m²)

E_s : 鉄筋ヤング係数 (kN/m²)

ϕ : 曲率 (1/m)

σ'_{ci} : i 番目のコンクリート分割断面の圧縮応力

σ'_{si} : i 番目の鉄筋の圧縮応力

σ_{si} : i 番目の鉄筋の引張応力

P'_{ci} : i 番目のコンクリート分割断面の圧縮力

P_{ci} : i 番目のコンクリート分割断面の引張力

P'_{si} : i 番目の鉄筋の圧縮力

P_{si} : i 番目の鉄筋の引張力

M'_{ci} : i 番目のコンクリート分割断面の圧縮力による中立軸回りのモーメント

M_{ci} : i 番目のコンクリート分割断面の引張力による中立軸回りのモーメント

M'_{si} : i 番目の鉄筋の圧縮力による中立軸回りのモーメント

M_{si} : i 番目の鉄筋の引張力による中立軸回りのモーメント

M : 曲げモーメント

N : 軸力

M ϕ 計算の手順は、以下の通りである。

- ① 曲げモーメントを求める曲率 ϕ を設定する。
- ② 曲率 ϕ からコンクリートひずみと鉄筋ひずみを求める。
- ③ コンクリートのひずみと鉄筋のひずみから、それぞれの応力を求める。このとき、コンクリートの応力ひずみ関係として、道路橋示方書・耐震設計編に示されるピーク後の下降勾配を考慮するモデル（星隈モデル）を用いる。また、鉄筋については、降伏前は線形、降伏後の応力は降伏強度とする。
- ④ RC断面の直応力と軸力に関する釣り合いを考慮し、中立軸位置 x を算出する。
- ⑤ RC断面の直応力、軸力および曲げモーメントに関するモーメントの釣り合いから、曲げモーメント M を算出する。
- ⑥ 曲率 ϕ を変更し②に戻り、以下同じ手順を繰り返す。

以下に、上記手順の定式を示す。

圧縮側コンクリート応力による圧縮力 P'_{ci} および引張側コンクリート応力による引張力 P_{ci} は、次式で表される。

$$P'_{ci} = f \{ (x - h + y_{ci}) \phi \} \cdot A_{ci} \quad (\text{ただし、} y_{ci} > h - x) \quad (1)$$

$$P_{ci} = E_c \cdot (h - y_{ci} - x) \phi \cdot A_{ci} \quad (\text{ただし、} y_{ci} \leq h - x) \quad (2)$$

上式において、 $f\{\varepsilon\}$ はひずみ ε に対応するコンクリート圧縮応力であり、次式で表される。

$$f(\varepsilon) = E_c \varepsilon \left\{ 1 - \frac{1}{n} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^{n-1} \right\} \quad (\varepsilon < \varepsilon_{cc}) \quad (3a)$$

$$= \sigma_{cc} - E_{des} (\varepsilon - \varepsilon_{cc}) \quad (\varepsilon \geq \varepsilon_{cc}) \quad (3b)$$

ここに、 σ_{cc} 、 ε_{cc} および E_{des} はコンクリート応力ピーク時の応力、ピーク時のひずみおよびピーク後の下降勾配であり、コンクリート強度、横拘束筋降伏強度および横拘束筋体積比によって定められる。また、 n は応力ひずみ関係に用いる定数である。（詳細は道示・耐震編参照）

さらに、コンクリート引張強度を超えたとき、すなわち $(h - y_{ci} - x) \phi > f_t / E_c$ のとき、 $P_{ci} = 0$ とする。

圧縮側鉄筋応力による圧縮力 P'_{si} および引張側鉄筋応力による引張力 P_{si} は、次式で表される。

$$P'_{si} = E_s \cdot (x - h + y_{si}) \phi \cdot A_{si} \quad (\text{ただし、} y_{si} > h - x) \quad (4)$$

$$P_{si} = E_s \cdot (h - y_{si} - x) \phi \cdot A_{si} \quad (\text{ただし、} y_{si} \leq h - x) \quad (5)$$

ここに、鉄筋降伏強度を超えたとき、すなわち $(x - h + y_{si}) \phi > f_y / E_s$ および $(h - y_{si} - x) \phi > f_y / E_s$ の

とき、それぞれ $P'_{si} = f_y A_{si}$ 、 $P_{si} = f_y A_{si}$ とする。

以上より、直応力の合力と軸力の釣り合いから、次式が成立する。

$$\sum_i P'_{ci} - \sum_i P_{ci} + \sum_i P'_{si} - \sum_i P_{si} - N' = 0 \quad (6)$$

式(6)を用い、 x を0から漸増的に変化させ、式(6)の左辺の符号が反転する x を求めることで、中立軸位

置 x を算出することができる。

次に、曲げモーメントを求める。

圧縮側コンクリートによる中立軸周りのモーメント M'_{ci} と引張側コンクリートによる中立軸周りのモーメント M_{ci} は、次式で表される。

$$M'_{ci} = f \{ (x - h + y_{ci}) \phi \} \cdot A_{ci} \times (x - h + y_{ci}) \quad (\text{ただし、} y_{ci} > h - x) \quad (7)$$

$$M_{ci} = E_c \cdot (h - y_{ci} - x) \phi \cdot A_{ci} \times (h - y_{ci} - x) \quad (\text{ただし、} y_{ci} \leq h - x) \quad (8)$$

上式でコンクリート引張強度を超えたとき、すなわち $(h - y_{ci} - x) \phi > f_t / E_c$ のとき、 $M_{ci} = 0$ とする。

圧縮側鉄筋による中立軸周りのモーメント M'_{si} と引張側鉄筋による中立軸周りのモーメント M_{si} は、次式で表される。

$$M'_{si} = E_s \cdot (x - h + y_{si}) \phi \cdot A_{si} \times (x - h + y_{si}) \quad (\text{ただし、} y_{si} > h - x) \quad (9)$$

$$M_{si} = E_s \cdot (h - y_{si} - x) \phi \cdot A_{si} \times (h - y_{si} - x) \quad (\text{ただし、} y_{si} \leq h - x) \quad (10)$$

上式で鉄筋降伏強度を超えたとき、すなわち $(x - h + y_{si}) \phi > f_y / E_s$ および $(h - y_{si} - x) \phi > f_y / E_s$ の

とき、それぞれ $M'_{si} = f_y A_{si} \times (x - h + y_{si})$ 、 $M_{si} = f_y A_{si} \times (h - y_{si} - x)$ とする。

以上より、直応力、軸力および曲げモーメントの中立軸位置周りのモーメントの釣り合いから、次式が成立する。ここで、軸力は断面図心位置に作用するものとする。

$$M = \sum_i M'_{ci} + \sum_i M_{ci} + \sum_i M'_{si} + \sum_i M_{si} - N' \times (x - y_c) \quad (11)$$

式(11)により、設定した ϕ に対して算出された中立軸位置 x を用いて、曲げモーメント M を求めることができる。