下水道耐震指針に基づく適合波作成について－エクセルマクロの説明－

日中構造研究所 松原勝己

　　　　同上　　　浦野和彦

1.はじめに

　「下水道施設耐震計算例2015年版Q&A(管路施設編)　2018年8月1日」によれば、「さらに、近年のシールド管きょは埋設深が深くなる傾向があり、工学的基盤面付近に敷設される事例が増えています。シールド管直下に工学的基盤面がある場合には、鉛直断面照査時の地震時に作用する相対変位が、地盤変位式のコサインカーブの影響を大きく受け、実態よりも過大に算定される可能性があります。この場合、地盤を適切に評価する必要がありますので、一次元地盤応答解析を実施することを検討して下さい。また、実態の相対変位に適合させるため、工学的基盤面を下げることも考えられます。（平成29年11月24日追加）」との記載があります。それを踏まえ、下水道施設においても一次元地盤応答解析により地震時地盤変位の評価が実施される場合があります。

　その際には基盤入力地震動が必要となるため、下水道耐震指針に提示される速度応答スペクトルに適合する地震波の作成が要求されます。

　そこで、速度応答スペクトルに適合する地震波を作成するマクロを作成したので、以下でデータ入力方法やマクロの内容について説明します。

　エクセルシートを添付していますので、自由に使っていただいて結構ですが、計算結果の妥当性判断については使用者に帰することとします。また、ソースコードについても公開しています。

2.入出力データ

2.1 入力データ

　入力データは、エクセルシート「入力データ」および「入力地震動」において作成される。

2.1.1 エクセルシート「入力データ」

　以下の19項目のデータを作成する。

　(1)入力地震動データ数nn

　エクセルシート「入力地震動」に入力する地震動データの全データ数を指定する。

　(2)1行あたり地震動データ数n1

　エクセルシート「入力地震動」に入力する地震動データに関し、1行あたりのデータ数を指定する。例えば、元データが「8F10.0」のフォーマットで作成されている場合には、8を指定する。一方、1列の地震動データの場合（最近の地震動データに多い）には、1を指定する。

　(3)入力地震動時間刻みdt

　地震動データの時間刻みを秒単位で入力する。

　(4)地震動データに先行するヘッダー行数ndd

　エクセルシート「入力地震動」に入力する地震動データに関し、地震動のデジタルデータに先行して地震動名や地震動データ諸元等のヘッダー行が存在する場合、その行数を入力する。

　(5)フーリエ変換時のデータ数nn2

　地震動データのフーリエ変換を行う際に用いるデータ数であり、2のべき乗で入力する。(1)の入力地震動データ数nnよりも大きい値とする。地震動データのnn+1番目からnn2番目までのデータには、マクロ内において0（後続のゼロ）が設定される。

　(6)最大振動数fmax(Hz)、最小振動数fmin(Hz)

　適合波の最大および最小振動数を設定する。(7)のデータにおいて、fmax2=0およびfmin2=0と設定した場合には、fmaxを超える振動数成分およびfmin未満の振動数成分を0とする。また、fmax2≠0およびfmin2≠0と設定した場合、fmaxおよびfminは、cosine型フィルターの肩部の振動数となる。

　(7)フィルター裾部の振動数fmax2(Hz), fmin2(Hz)

　適合波に適用されるcosine型フィルターの裾部の振動数を指定する。fmax2が高振動数側で、fmin2が低振動数側であり、fmax2>fmax、fmin2<fminとする。

　(8)適合計算の繰り返し数ncyc

　目標速度応答スペクトルと原波形の速度応答スペクトルの比を調整率として、原波形のフーリエ振幅スペクトルの調整を行うが、1回の適合計算で適合度を満足しない場合、適合計算を繰り返し実施する。この適合計算の繰り返し数を入力する。ここに、適合度判定は、4つの検定値（後述）が許容範囲内に収まることを条件とする。

　(9)適合させる応答スペクトルの種類isw

　適合させる応答スペクトルの種類を選定する。isw≠1のとき速度応答スペクトルに、isw=1のとき加速度応答スペクトルに適合させる。一般に、シールドトンネルなど地中構造物の耐震設計では、基盤地震動の速度応答スペクトルが指定されることが多く、橋梁など地上構造物の耐震設計では、地表面波の加速度応答スペクトルが指定されることが多い。

　(10)目標速度応答スペクトルのコントロールポイント数nsp、周期tsp(i)（sec）、速度値vsp(i)（cm/sec）

　適合させる目標速度応答スペクトルのコントロールポイントの数、周期および速度値を入力する。コントロールポイントを複数設定し、コントロールポイント間の応答スペクトル値は両対数軸上で直線を仮定している。１項目のコントロールポイント数nspの値に応じて、周期tsp(i)および速度値vsp(i)をnsp個入力する必要がある。例えば、「3, 0.1, 8, 0.7, 80, 10, 80」と入力した場合、コントロールポイント数3に対し、周期0.1secで速度8cm/sec、周期0.7secで速度80cm/sec、周期10secで速度80cm/secを指定したことを意味する。なお、(9)のisw=1と指定した場合、vsp(i)は加速度値(gal,cm/sec2)を入力する。

　(11)応答スペクトル計算時の減衰定数hh

　応答スペクトルの減衰定数を、小数値で入力する。

　(12)検定値算出時の固有周期の最小値pmin、最大値pmaxおよび分割数ndv

　4つの検定値を算出するための応答スペクトルの固有周期ポイントを設定する。対数軸上において、固有周期pmin（sec）からpmax（sec）までをndv個に分割する。したがって、固有周期の数はndv+1個となる。ndv=0を入力した場合、検定値計算のための固有周期は、適合波算出のために調整するフーリエスペクトルの振動数（周期）と同一となる。

　(13)検定値1の周期範囲rang(1,1)、rang(1,2)

　検定値1を算出するための周期範囲の最小値をrang(1,1)（sec）で、最大値をrang(1,2)（sec）で入力する。検定値1は、目標速度応答スペクトルSv(T)\_tarに対する適合波の速度応答スペクトルSv(T)の比R(T)（以下、スペクトル比と呼ぶ）とし、R(T)の最小値が0.85以上のとき、OKとする。

　(14)検定値2の周期範囲rang(2,1)、rang(2,2)

　検定値2を算出するための周期範囲の最小値をrang(2,1)（sec）で、最大値をrang(2,2)（sec）で入力する。検定値2は、目標速度応答スペクトルのスペクトル強度に対する適合波の速度応答スペクトルのスペクトル強度の比（以下、SI比と呼ぶ）とし、SI比が1.0以上のとき、OKとする。

　(15)検定値3の周期範囲rang(3,1)、rang(3,2)

　検定値3を算出するための周期範囲の最小値をrang(3,1)（sec）で、最大値をrang(3,2)（sec）で入力する。検定値3は、スペクトル比R(T)の変動係数νとし、νが0.05以下のとき、OKとする。

　(16)検定値4の周期範囲rang(4,1)、rang(4,2)

　検定値4を算出するための周期範囲の最小値をrang(4,1)（sec）で、最大値をrang(4,2)（sec）で入力する。検定値4は、スペクトル比R(T)の平均の誤差εとし、εが0.02以下のとき、OKとする。

　(17)応答スペクトル別途計算時のデータ数nresp、適合回iresp(i)

　スペクトル調整用および検定値算出用とは別に、原波形および適合波形の応答スペクトルを別途計算する際に、データ数および適合波の適合回を入力する。適合回のデータは、nresp個入力する必要がある。例えば、「2, 0, 7」と入力した場合、原波形および7回目の適合波形の加速度応答スペクトル、速度応答スペクトルおよび変位応答スペクトルが出力される。

　(18)最小固有周期pmin3、最大固有周期pmax3、分割数ndv3

　対数軸上において、pmin3（sec）からpmax3（sec）までの周期をndv3分割して応答スペクトルが計算される。固有周期の数は、ndv3+1個となる。

　(19)応答スペクトル別途計算時の減衰定数hh3

　応答スペクトル別途計算時の減衰定数を、小数値で入力する。

2.1.2 エクセルシート「入力地震動」

　加速度波形のスペクトル適合計算を行う際に、位相特性を設定する地震動データを入力する。本マクロでは、原波形と呼ぶこととする。1行あたりのデータ列数は、複数あってもよく、1行あたりn1個のデータがある場合には、2.1.1(2)のデータn1に入力を行う。また、地震動データに先行するヘッダー行があってもよいが、2.1.1(4)のデータnddにヘッダー行数を入力する。

2.2 出力データ

　出力データは、以下の7つのエクセルシートに出力される。

2.2.1 エクセルシート「加速度時刻歴」

　原波形および適合波形の加速度時刻歴を出力するシートである。適合波形は、適合計算の繰り返し数分のデータを出力している。

2.2.2 エクセルシート「加速度時刻歴最大値」

　原波形および適合波形の加速度時刻歴最大値を出力するシートである。最大値、最小値および絶対値最大値の加速度およびその発生時刻を出力している。

2.2.3 エクセルシート「応答スペクトル(SP調整用)」

　目標速度応答スペクトル、原波形および適合波形の速度応答スペクトルを出力する。ただし、周期ポイントは、フーリエ計算時の周期（振動数）間隔に一致している。また、2.1.1(9)のisw=1を入力した場合には、速度応答スペクトルの代わりに加速度応答スペクトルが出力される。

2.2.4 エクセルシート「応答スペクトル(検定値用)」

　応答スペクトルの適合度判定のために4つの検定値を算出する際に、フーリエ計算時の周期（振動数）間隔とは別に、周期ポイントを定めた場合（例えば周期0.1secから10secまでを対数軸上で等間隔に200分割など）に出力される。2.1.1(12)のデータに従って、周期ポイントが設定される。なお、2.1.1(12)のデータでndv=0とした場合には、本エクセルシートには出力されない。

2.2.5 エクセルシート「応答スペクトル(別途計算)」

　2.1.1(17)～(19)のデータ指定に従い、原波形および適合波形の加速度応答スペクトル、速度応答スペクトルおよび変位応答スペクトルが出力される。

2.2.6 エクセルシート「検定値」

　原波形および適合波形に対する4つの検定値が出力される。4つの検定値は、以下の通りである。

　検定値1：スペクトル比R(T)の最小値

　　　　　　0.85以上のとき、OKとする。

　検定値2：スペクトル強度比（SI比）

　　　　　　1.0以上のとき、OKとする。

　検定値3：スペクトル比R(T)の変動係数ν

　　　　　　0.05以下のとき、OKとする。

　検定値4：スペクトル比R(T)の平均値の誤差ε

　　　　　　0.02以下のとき、OKとする。

2.2.7 エクセルシート「フーリエスペクトル」

　原波形および適合波形のフーリエスペクトルが出力される。

3. 適合波作成の手順

　適合波作成の手順は、位相特性を定める原波形を選定するとともに目標設計応答スペクトルを定めた後、原波形の速度応答スペクトルとの比（調整率）を求め、原波形の振幅スペクトルに乗じて調整を行うものである。

　具体的には、以下の手順により、適合波の作成を行った。

1. 位相特性を定める原波形を選定する。
2. 地震波を適合させる目標速度応答スペクトルを定める。
3. 原波形の速度応答スペクトルSv(T)を求め、目標速度応答スペクトルSv\_tar(T)との比、Sv\_tar(T)/Sv(T)をスペクトル振幅の調整率として算出する。
4. 原波形をフーリエ変換し、フーリエスペクトルを求める。
5. フーリエスペクトルに(3)で算出した調整率を乗じ、調整後のフーリエスペクトルを算出する。
6. 調整後のフーリエスペクトルをフーリエ逆変換し、調整後の加速度時刻歴を求める。
7. 調整後の加速度時刻歴により、調整後の速度応答スペクトルSv\_ad(T)を求める。Sv\_ad(T)とSv\_tar(T)を用いて、4種類の検定値を定める。検定値が許容値内に収まらないときには、調整後の加速度波形を原波形として、再度(3)以下の手順を実施する。

　図3-1に、適合波作成のフローを示す。











4つの検定値による適合度判定

適合度：OK

適合度：NG

終了

図3-1 適合波作成のフロー

4. 検定値について

適合波の速度応答スペクトルが目標速度応答スペクトルに適合するかどうかを判定する指標として、以下の4つの検定値が全て許容範囲に収まるとき、適合判定をOKとした。

　検定値1：スペクトル比R(T)の最小値minR(T))

　スペクトル比R(T)（T：固有周期）は、目標速度応答スペクトルSv(T)\_tarに対する適合波の速度応答スペクトルSv(T)で定義される。R(T)の最小値min(R(T))が0.85以上のとき、OKとする。

ここに、R(T)：スペクトル比、T：固有周期(sec)

　　　　Sv(T)：適合波の速度応答スペクトル(cm/sec)

　　　　Sv(T)\_tar：目標速度応答スペクトル(cm/sec)

　検定値2：スペクトル強度比（SI比）

　スペクトル強度SIは、速度応答スペクトルの0.1secから2.5secまでの積分値で定義される。目標速度応答スペクトルのSIに対する適合波の速度応答スペクトルのSIの比（SI比）が1.0以上のとき、OKとする。

　検定値3：スペクトル比R(T)の変動係数ν

　スペクトル比R(T)の変動係数νは、R(T)の標準偏差をR(T)の平均値で除した値として定義される。R(T)の変動係数が0.05以下のとき、OKとする。

ここに、ν：スペクトル比R(T)の変動係数

　　　　：R(T)の平均値、N：R(T)のデータ数

　検定値4：スペクトル比R(T)の平均の誤差ε

　スペクトル比R(T)の平均の誤差εは、R(T)の平均値と1の差として定義される。R(T)の平均の誤差が、0.02以下のとき、OKとする。

ここに、：R(T)の平均値

表4-1 適合度判定のための検定値

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 検定値 | 算定式 | 許容値 | 周期範囲 |
| スペクトル比R(T)の最小値（Rmin） | Sv(T)：適合波の速度応答スペクトルSv(T)\_tar：目標速度応答スペクトルT：固有周期 | 0.85以上 | 0.1～5sec (L1,L2) |
| スペクトル強度比（SI比） |  | 1.0以上 | 0.1～2.5sec (L1,L2) |
| スペクトル比R(T)の変動係数（ν） | ：R(T)の平均値N：R(T)のデータ数 | 0.05以下 | 0.1～5sec (L1)0.1～10sec (L2) |
| スペクトル比R(T)の平均の誤差（ε） | ：R(T)の平均値 | 0.02以下 | 0.1～5sec (L1)0.1～10sec (L2) |

5. フィルターについて

　本マクロでは、低振動数側および高振動数側の振動数成分をカットするためのフィルターとして、cosine型のフィルターを使用可能としている。単純にある振動数以上の成分をカットした場合、そのカットオフ振動数に対応する波形が持続的に現れることがある。この影響を小さくするために、フィルターにcosine型のテーパーを付けることが行われる。

　本マクロでは、高振動数側および低振動数側のフィルターの関数形として、以下の式を用いた。

　高振動数側：

　低振動数側：

ここに、fmax：高振動数側のフィルター肩部の振動数

　　　　fmax2：高振動数側のフィルター裾部の振動数

fmin：低振動数側のフィルター肩部の振動数

　　　　fmin2：低振動数側のフィルター裾部の振動数

1.0

g2(f)

g1(f)

fmin2

fmin

fmax2

fmax

振動数f

図5-1 cosine型フィルターの形状

6. 入出力データ例

　表6-1～8に、エクセルシートの入出力例を示す。

　　表6-1 エクセルシート「入力データ」の例

　　表6-2 エクセルシート「入力地震動」の例（一部）

　　表6-3 エクセルシート「加速度時刻歴」（一部）

　　表6-4 エクセルシート「加速度時刻歴最大値」の例（一部）

　　表6-5 エクセルシート「応答スペクトル(SP調整用)」の例（一部）

　　表6-6 エクセルシート「応答スペクトル(別途計算)」（一部）

　　表6-7 エクセルシート「検定値」の例（一部）

　　表6-8 エクセルシート「フーリエスペクトル」の例（一部）

表6-1 エクセルシート「入力データ」の例



表6-2 エクセルシート「入力地震動」の例（一部）

表6-3 エクセルシート「加速度時刻歴」（一部）

表6-4 エクセルシート「加速度時刻歴最大値」の例（一部）

表6-5 エクセルシート「応答スペクトル(SP調整用)」の例（一部）



表6-6 エクセルシート「応答スペクトル(別途計算)」（一部）

表6-7 エクセルシート「検定値」の例（一部）

表6-8 エクセルシート「フーリエスペクトル」の例（一部）

参考資料 マクロ内のFFTルーチン「Sub fast」の使用上の注意点

　マクロ内において、高速フーリエ変換（FFT）のルーチン「Sub fast」を使用している。これは、大崎順彦著「新・地震動のスペクトル解析入門（1994年発行）」に提示されているFFTのサブルーチンを参照して、エクセルVBAで利用しやすいように実数変数のみの計算に修正したものである。

　FFTのアルゴリズムに関しては、上記図書を参照して欲しいが、以下では同ルーチンの使用上の注意点に関して記載する。

　●FFTルーチン「Sub fast(n, xr, xi, ind)」

　　(1)引数の説明

　　・引数n

2のべき乗の地震動データ数（例えば4096や8192など）であり、一次元配列xr(i)およびxi(i)のデータ総数である。本ルーチンがcallされる時点で定義されている必要がある。

　　・引数xr

　　　複素フーリエ係数Ck（Ck=Ak + iBk）の実部Akであり、一次元配列である。配列の大きさは、地震動データ数と同一のnである。本ルーチンがcallされる時点で定義されている必要がある。

フーリエ変換時（フーリエスペクトルを求める時、ind=-1）には、地震動時刻歴データを入力し、callされた後のxrには複素フーリエ係数の実部が出力される。

フーリエ逆変換時（時刻歴を求める時、ind=+1）には、複素フーリエ係数の実部を入力し、callされた後のxrには、時刻歴データ出力される。

ただし、フーリエ変換時の複素フーリエ係数xrおよびxiは、n倍されて出力されることに注意する必要がある。

　　・引数xi

　　　複素フーリエ係数Ck（Ck=Ak + iBk）の虚部Bkであり、一次元配列である。配列の大きさは、地震動データ数と同一のnである。本ルーチンがcallされる時点で定義されている必要がある。

フーリエ変換時（フーリエスペクトルを求める時、ind=-1）には、0を入力し、callされた後のxiには複素フーリエ係数の虚部が出力される。

フーリエ逆変換時（時刻歴を求める時、ind=+1）には、複素フーリエ係数の虚部を入力し、callされた後のxiには、0が出力される。

ただし、フーリエ逆変換時のxrおよびxiの入力値（複素フーリエ係数）は、ナイキスト振動数（n/2+1番目の振動数）を中心として、それ以上のxrおよびxiの値が共役値になることを考慮する必要がある（後述参照）。

　　・引数ind

　　　ind=-1のときフーリエ変換、ind=+1のときフーリエ逆変換の計算を実行する。

　　(2)複素フーリエ係数Ckのデータ構造

　フーリエ変換を行う時刻歴データは実数値なので、複素フーリエ係数Ck（フーリエスペクトル）はナイキスト振動数を中心に、それ以下の成分とそれ以上の成分で共役値となる。また、複素フーリエ係数の1番目の値C1は、振動数ゼロ時の値を意味する。

　フーリエ分析で可能となる振動数の最大値を表すナイキスト振動数fNYQ、および振動数間隔Δfは、次式で表される。

ここに、fNYQ：ナイキスト振動数(Hz)、Δt：時間刻み(sec)、Δf：振動数間隔(Hz)

　　　　n：フーリエ解析で使用する地震動データ数（2のべき乗）

　フーリエスペクトルのデータ構造の例として、地震動データ数8個の場合の複素フーリエ係数Ckの絶対値を、参考図1に示す。n=8、Δt=0.01secのとき、fNYQ=50Hz、Δf=12.5Hzとなる。

8

7

6

5

4

3

1

2

k

12.5Hz

50Hz

参考図1 フーリエ係数Ckのデータ構造

　参考図1に示すように、ナイキスト振動数の位置k=5を中心に、複素フーリエ係数が共役値となるために、複素フーリエ係数の絶対値（フーリエスペクトル）が対称な値をとる（C1とCn/2+1を除く）。すなわち、k=n/2+1より大きい複素フーリエ係数について、（：複素共役）の関係がある。したがって、フーリエ変換後のフーリエ係数の実部xr(k)および虚部xi(k)については、以下の関係が成り立つ。

　フーリエ係数が上記のデータ構造を有するため、フーリエ逆変換により時刻歴を求める際には、k>n/2+1に対する複素フーリエ係数は、k<n/2+1の値を用いて共役値を設定する必要がある。

　　(3)フーリエ振幅スペクトルと複素フーリエ係数の関係

　大崎のFFTルーチンによりフーリエ振幅スペクトルを求める際には、以下の2点に注意する必要がある。

　・フーリエ変換後に求まる複素フーリエ係数Ckは、n倍されて出力される。

　・複素フーリエ係数Ckの絶対値に継続時間nΔtを乗じた値がフーリエスペクトルとなる。

　したがって、フーリエ振幅スペクトルは、によって計算できる。

【参考文献】

　電気事業連合会（2018）：模擬地震波の作成例　平成30年3月15日、インターネットより

　大崎順彦（1994）：新・地震動のスペクトル解析入門、鹿島出版会

　松原勝己・浦野和彦（1991）：地震動波形に用いるハイカットフィルターについての一考察、土木学

会関東支部技術研究発表会